

学位論文

オートバランサにおけるバランス残差低減方法
とその動作解析

Reduction Method of Residual Balancing Error
in Auto-Balancer and its Motion Analysis

2014年3月25日

吉田修一

京都工芸繊維大学大学院
工芸科学研究科 博士後期課程
設計工学専攻

Doctoral Thesis

**Reduction Method of Residual Balancing Error
in Auto-Balancer and its Motion Analysis**

25th of March, 2014

Shuichi YOSHIDA

The Graduate School of Science and Technology

Kyoto Institute of Technology

目次

第1章 序論.....	1
1.1 研究の背景.....	1
1.2 オートバランスの歴史的背景.....	3
1.3 オートバランスの研究課題.....	5
1.4 研究の目的、方法、結果、結論.....	6
第1章引用文献.....	7
第2章 対象とするオートバランスとそのモデル.....	8
2.1 オートバランスの構成.....	8
2.2 オートバランスのモデル化.....	9
2.3 運動方程式の導出.....	10
第2章引用文献.....	13
第3章 バランス残差低減のための制御方法.....	14
3.1 回転速度プロファイル制御.....	14
第3章引用文献.....	15
第4章 バランス残差低減のためのボール動作の解析.....	16
4.1 バランス残差シミュレーション ー回転速度プロファイル制御を用いない場合ー.....	16
4.2 バランス残差シミュレーション ー回転速度プロファイル制御で変速期間を定速とする場合ー.....	21
4.3 バランス残差シミュレーション ー回転速度プロファイル制御で変速期間を定加速とする場合ー.....	27
4.4 回転速度プロファイル制御における変速期間の最適化.....	30
4.5 一般的な物理パラメーターにおける変速期間の設定について.....	34
第5章 非同期回転低減のためのボール動作の解析.....	51
5.1 非同期回転シミュレーション	

一回転速度プロファイル制御を用いない場合	51
5. 2 非同期回転シミュレーション	
一回転速度プロファイル制御を用いた場合	56
第6章 解析結果を検証するための実験	61
6. 1 光ディスク装置を用いた実験装置の構成	61
6. 2 光ディスク装置を用いた検証実験	63
第7章 結論	67
本学位論文の基礎となった文献	70
謝辞	71
付録A 運動方程式の導出過程について	72

Table of Contents

CHAPTER 1 PREFACE	81
1.1 BACKGROUND OF RESEARCH.....	81
1.2 HISTORICAL BACKGROUND OF AUTO-BALANCER	83
1.3 RESEARCH ISSUE OF AUTO-BALANCER.....	83
1.4 PURPOSE, METHODS, RESULTS AND CONCLUSIONS OF RESEARCH.....	86
REFERENCES OF CHAPTER 1.....	87
CHAPTER 2 CONFIGURATION OF AUTO-BALANCER AND ITS MODELING	89
2.1 CONFIGURATION OF AUTO-BALANCER.....	89
2.2 MODELING OF AUTO-BALANCER.....	90
2.3 DERIVATION FOR EQUATIONS OF MOTION.....	91
REFERENCES OF CHAPTER 2.....	94
CHAPTER 3 CONTROL METHOD FOR REDUCING RESIDUAL BALANCE	95
3.1 ROTATION SPEED PROFILE CONTROL	95
REFERENCES OF CHAPTER 3.....	96
CHAPTER 4 MOTION ANALYSIS FOR REDUCING RESIDUAL BALANCE	97
4.1 SIMULATION OF RESIDUAL BALANCE	
- WITHOUT USING ROTATION SPEED PROFILE CONTROL -	97
4.2 SIMULATION OF RESIDUAL BALANCE	
- SPEED IS CONSTANT DURING VARIABLE SPEED PERIOD AT ROTATION SPEED	
PROFILE CONTROL -.....	102
4.3 SIMULATION OF RESIDUAL BALANCE	
- ACCELERATION IS CONSTANT DURING VARIABLE SPEED PERIOD AT ROTATION	
SPEED PROFILE CONTROL -.....	108

4.4 OPTIMIZATION OF VARIABLE SPEED PERIOD AT ROTATION SPEED PROFILE CONTROL.....	112
4.5 HOW TO SET VARIABLE SPEED PERIOD IN TYPICAL PHYSICAL PARAMTERS	116
CHAPTER 5 ANALYSIS FOR REDUSING NON-SYNCHRONOUS MOTION.....	133
5.1 SIMILATION FOR NON-SYNCHRONOUS MOTION	
- WITHOUT USING ROTATION SPEED PROFILE CONTROL -	133
5.2 SIMILATION FOR NON-SYNCHRONOUS MOTION	
- WITH USING ROTATION SPEED PROFILE CONTROL -	138
CHAPTER 6 EXPERIMENTS TO VERIFY ANALYTICAL RESULTS.....	143
6.1 EXPERIMENTAL SET-UP USING OPTICAL DISC DRIVE.....	143
6.2 EXPERIMENTS FOR ANALYSIS USING OPTICAL DISC DRIVE	145
CHAPTER 7 CONCLUSION	149
BASIC DOCUMENTS OF THIS THESIS	152
APPENDIX A DERIVATION PROCESS FOR EQUATIONS OF MOTION.....	153

第1章 序論

1.1 研究の背景

オートバランス（バランス部材を用いた自動平衡装置）とは、回転機械における回転軸と同心円上に設けた円環内にバランス部材を配置して、アンバランスを自動的に補正する機構を指し、その構成方法は、大まかに以下のように分類できる。

- ・バランス部材：ボール、液体、リング、振り子
- ・制御方式：パッシブ、アクティブ

本論文で扱うオートバランスは、このうちのパッシブ制御方式のボール式バランスである。

本研究は、筆者が松下電器産業株式会社（現パナソニック株式会社）で行った高倍速 CD-ROM 装置開発に端を発している。高倍速 CD-ROM 装置において、CD-R ディスクの表面にメモ用のシールを貼って高速で回転させると、ディスクのアンバランスに起因して激しい振動が発生する。その振動が CD-ROM 装置を経由してそれを搭載したパーソナルコンピュータ（以下 PC と略記）にも悪影響を及ぼす。そのことを CD-ROM 装置を納入していた米 PC ベンダーから指摘され、その振動対策としてボール式のオートバランスを業界で初めて搭載したのである。オートバランスを最初に搭載した時の CD-ROM 装置は 8～12 倍速であったが、その後高倍速化が 32 倍速以上まで進み、オートバランスは高倍速 CD-ROM 装置から切り離せない機能となった。上述のように、当初は、CD-R ディスクに貼りつけられたシールがオートバランス搭載のきっかけであったが、CD ディスク規格にはディスク厚みの規定が無い為に、製造品質が悪く厚みむらのあるオーディオ CD やデータ CD が市場には多くある。そのようなディスクを高速 CD-ROM 装置にかけると、激しい振動を引き起こす。このような製造品質の悪い CD ディスクという市場実態も高倍速 CD-ROM 装置にオートバランスが必要不可欠となった理由であった。

その後、光ディスク規格が CD 規格から DVD 規格へ、さらに Blu-rayTM ディスク規格へと進展し、PC や AV 機器にも DVD 装置や Blu-rayTM ディスク装置が搭載されているのは周知の事実である。CD 規格とは異なり、DVD 規格や Blu-rayTM ディスク規格には、ディスクの厚みの規定がある。従って、それらの規格に準拠したディスクを高速で回転させた場合に、製造品質の悪い CD ディスクのような振動が発生する可能性は低い。

一方、DVD ディスクや Blu-rayTM ディスクは、CD ディスクと同じ直径 12 cm に代表される互換性のある外形寸法で規定されている。従って、DVD 装置や Blu-rayTM ディスク装置では、製品仕様として、ユーザが使用する CD ディスクや DVD ディスクに対する記録または再生に関する下位互換性を確保する必要がある。つまり厚みむらのある CD ディスクを想定して装置を設計する必要がある。これに加えて、特に近年では、CD ディスクの音楽データを高速で HDD 装置に転送（CD

リップング) する為に、CD ディスクを高速回転させるという製品仕様は不可欠となっている。

以上の理由から、PC に搭載されている DVD 装置や Blu-ray™ ディスク装置の多くにはオートバランスが搭載されている (但しノート PC 等の薄型は除く)。なお、表 1. 1 は、ある Blu-ray™ ディスク装置における各ディスク規格毎の回転数仕様の一例である。ディスク規格毎に標準速度での回転数の範囲が異なるだけでなく、製品仕様によって標準速度に対する記録・再生倍速も異なる。[1]

Table 1.1 Disc Rotation Range of Optical Disc Format

Disc Format	Standard Speed (1X-CLV)	Spec. of Equipment (nX)
CD	210-540 rpm	32X (max)
DVD	580-1390 rpm	16X (max)
Bru-ray™ Disc	810-1960 rpm	6X (max)

(注：厳密に言えば、一般に普及している Bru-ray™ Disc の Ver. 2 規格では 2X 以上をサポートしている。)

このようにオートバランスが光ディスク装置に搭載されるようになって久しいが、この技術は必ずしも系統的に整理された上で使われている訳ではなく、試作を繰り返す中で試行錯誤によって何とか実用に供されているところは否めない。これは、オートバランスというものが、中に封入されているバランスボールの位置をリアルタイムで検出してフィードバック制御するという原理ではなく、バランスボールの位置に関わらずオープンループでモータに加速指令を与えるという原理で動作しているために、設計時に全ての機能的動作が決まってしまう上に、機構的なばらつきや摩擦による影響を受けやすいことが原因である。このような状況を打破するために、オートバランスの動作を詳細に分析することで、より系統的な考え方に基づいて使えるようにできないか、というのが本研究に取り組む大きなモチベーションであった。

本研究は光ディスク装置を具体事例として行われたが、その成果は光ディスク装置に限らず広く生かされることを前提としている。また、世の中から回転機械が無くなることはなく、そこで発生するアンバランスに起因する課題を解決していくことに本研究の成果が生かされていくことも想定している。

1. 2 オートバランスの歴史的背景

オートバランスに関する研究は1930年代に始まった。また、オートバランスは、偏重心に起因する回転体の振動を抑制する手段として、様々な産業分野で活用されてきた。以下では、1930年代以降のオートバランスに関する主要な研究論文をリストアップし、その経緯について整理する。[2]

表1. 2は、発行年を1996年を境として2つの時期に分けて、論文執筆者の所属する地域毎に件数を集計したものである。そのうち1996年以前の時期の論文は主に基礎的理論構築を、1996年以後は主に応用展開をそれぞれ担っていると見える。初期の論文として、米国のThearle[3]（1930年代～1950年代）が知られている。一方欧州では、旧ソ連で初期から多くの論文が報告され、2000年以降は旧東ドイツのRyzhik[4]らの報告がある。日本では、井上ら[5]（1960年代～1980年代）九州大学のグループがオートバランスの基本的動作の考え方の構築を行った。彼らは、オートバランスを定常振動モデルでモデリングし、それに基づいてオートバランスの安定性や様々なパターンのボール位置に基づくバランス条件について論じた。井上らに続いて太田、石田、井上ら[6, 7, 8]（1980年代～現在）名古屋大学のグループが長年、世代を超えて継続的に研究を続けている。なお、表1. 2において、日本を除くアジア（韓国、台湾他）からの報告は1996年以降に集中している。

Table 1.2 Number of Research Reports on Auto-balancer (Total)

Area	Published Year		Total
	1930-1995	1996-2010	
North America	6	7	13
West Europe	2	17	19
East Europe	10	20	30
Japan	10	9	19
Asia	0	31	31
Total	28	84	112

表1. 3は、表1. 2の中からボールバランスに関する論文を抜き出したものである。表1. 2と比較すると、1996年以降にオートバランスの論文が大きく伸びているが、その多くがボールバランスに関するものであることがわかる。

表1. 4は、表1. 3の中からさらに光ディスク装置に関する論文を抜き出したものである。光ディスク装置を対象とした報告の大半は、アジア地域に集中している。さらに分析すると、台湾や韓国の大学が国や企業からの要請・支援を得て行っていることが分かった。[1] これはこの頃以降に、それまでの日本企業に代わって台湾や韓国の企業が光ディスク装置の生産規模を大きくし始めたことと無関係ではない。

Table 1.3 Number of Research Reports on Auto-balancer (Ball Balancer)

Area	Published Year		Total
	1930-1995	1996-2010	
North America	5	7	12
West Europe	0	16	16
East Europe	1	15	16
Japan	6	7	13
Asia	0	23	23
Total	12	68	80

Table 1.4 Number of Research Reports on Auto-balancer (Applied in Optical Disc)

Area	Published Year		Total
	1930-1995	1996-2010	
North America	0	0	0
West Europe	0	2	2
East Europe	0	0	0
Japan	0	3	3
Asia	0	23	23
Total	0	28	28

1. 3 オートバランスの研究課題

1. 1節でも述べたように、AV 機器や PC に搭載される光ディスク装置では、データ転送速度を向上するために光ディスクを高速で回転する。その際にディスクの厚みむら等による偏重心があると、振動が極めて大きくなることがある。その対策として光ディスク装置にオートバランスを搭載することで偏重心をキャンセルし、高速回転時の振動を低減する。

しかし、オートバランスにおけるボールの移動面の摩擦や機構的なばらつきによって、バランスボールのバランス残差が発生すると、高い振動抑制性能が得られないということになる。

Yang ら[9]は、光ディスク装置を対象としたオートバランスにおいて、ボールの移動面の摩擦の大きさとボールのバランス残差の大きさとの関係について調べた。しかし、バランス残差を低減するための方法の提案はなかった。

Chao ら[10]は、光ディスク装置を対象としたオートバランスにおいて、バランスボールのバランス残差を低減するために、ボールの位置をスライディングモードオブザーバで推定し、それに基づいてボールを再位置決めする方法について報告している。しかし、この方法は、ボール位置を推定するために位置検出器が必要であり、かつ複雑な演算処理が必要になる。

一方で、オートバランスでは静止状態から加速していった危険速度近傍を通過する際に、バランスボールがモーターと非同期回転をする場合がある。この場合、モーターの回転数は上昇しても、バランスボールの回転数は上昇せず、危険速度を保持する。即ち、バランスボールは、オートバランスの環状軌道上を、モーターの回転方向と逆方向に公転する。この現象が光ディスク装置等の機器で起こると、振動や騒音を発生するため、その対策を講じる必要がある。

Ryzhik ら[4,11]は、オートバランスが危険速度を通過する際のボールの非同期回転現象に関して分析した。しかし、ボールのバランス残差については検討していない。また、非同期回転現象を低減する為の定量的な検討もされていない。

これに対して我々は、光ディスク装置に搭載されたオートバランスにおいて、危険速度通過時に一定速度となる回転速度プロファイルに従って加速制御することによって、ボールのバランス残差を低減する方法を提案してきた[2,12]。

1. 4 研究の目的、方法、結果、結論

本論文の目的は、オートバランスのバランスボールのバランス残差を低減して振動抑制性能を向上するために、より最適な回転速度プロファイルの条件を求めることにある。そのために危険速度通過時のボール動作を詳しく解析する。

これまでの多くの報告では、オートバランスの定常的な特性を論ずることに主眼を置いており、非定常特性が論じられることはなかったのに対して、本稿ではオートバランスの運動方程式を非定常振動モードでモデリングし、オートバランス加速時の時間軸シミュレーションを行う。

即ち、回転速度プロファイルの変速期間における開始時刻と終了時刻とプロファイル形状をパラメータとして網羅的にシミュレーションにより解析することにより、バランス残差を低減するための最適な条件を探る。その際にボールの移動力を考慮することで、残差が解消できる根拠を示す。

また、オートバランスの危険速度通過時におけるバランスボールの動作をシミュレーションにより解析することで、非同期回転の発生を低減する為の条件を定量的に探索する。さらに、非同期回転を低減する為、回転速度プロファイル制御がどのような効果を及ぼすかを明らかにする。

さらに、上記のバランス残差低減のためのボール動作の解析、並びに非同期回転低減のためのボール動作の解析に関して、オートバランスを搭載した光ディスク装置を用いた実験によって検証する。なお、バランスボールのバランス残差を実験で精度良く把握することは、機械的なばらつきの影響の為、困難である。従ってバランス残差はシミュレーションで確認する。実験ではバランス残差が解消された結果として振動が抑制されることを示す。

本論文の構成は、以下の通りである。

第1章は序論であり、論文のあらまし、本研究の意義と背景を述べる。

第2章は、オートバランスの構成について述べ、モデル化を行う。さらに、そのモデルに基づいて、非定常振動モードで運動方程式を導出している。

第3章は、バランス残差を低減する方法について論じている。回転速度プロファイル制御方式は、モータの加速途中において、危険速度を通過する速度において変速期間を設けることで、バランス性能を向上させることを目的としている。

第4章は、導出された運動方程式に対して、加速途中のオートバランスの動作を MATLAB シミュレーションツールを用いて、様々な条件で時間軸シミュレーションを行う。開始時刻と終了時刻とプロファイル形状をパラメータとして網羅的にシミュレーションがなされ、回転速度プロファイルの変速期間の最適な条件を探究する。また、ボールの移動力によって残差が解消されることを示している。

第5章は、導出された運動方程式に対して、危険速度通過時の非同期回転低減の為のボール動作を、MATLAB シミュレーションツールを用いて、様々な条件で

時間軸シミュレーションを行う。また、非同期回転を低減する為に回転速度プロフィール制御方式がどういった効果を及ぼすかについて確認している。

第6章は、オートバランスを搭載した光ディスク装置を用いた実験を行い、振動振幅が低減されることを検証する。

第7章は、本学位論文の結論であり、各章で得られた結果をまとめ、本研究の結論を述べている。

第1章引用文献

- [1] 吉田修一, "光ディスク装置におけるオートバランス技術", 日本機械学会関西支部講演会論文集114-1(906),(2011), p."9-6".
- [2] 吉田修一, 仲昭行, "オートバランス技術の光ディスク装置応用", 日本機械学会関西支部講演会論文集124-1(1330),(2012), p."13-30".
- [3] Thearle E.L., "Automatic Dynamic Balancers", *Machine Design* 22(1950), pp.103-106.
- [4] Ryzhik B., Sperling L., Duckstein H., "Non-Synchronous Motions Near Critical Speeds in a Single-Plane Auto-Balancing Device", *Technische Mechanik* 24(2004), pp.25-36.
- [5] 井上順吉, 陣内靖介, 荒木嘉昭, 中原章, "自動平衡装置 (その基礎的な特性)", 日本機械学会論文集C, Vol.45, No.394(1979), pp.646-652.
- [6] 太田博, 石田幸男, 前田博雅, 横井勝彦, "自動バランスに関する基礎的研究", 日本機械学会全国大会論文集 910-62(1991-10), pp.29-32.
- [7] 石田幸男, 松浦友紀, 張小龍, "自動ボールバランスの性能向上", 日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2009 CD-ROM論文集 No.09-23(536),(2009).
- [8] 井上剛志, 新美秀顕, 石田幸男, "ボールバランスに起因する回転軸系の自励振動の特性", 日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2008 CD-ROM論文集 No.08-24(112),(2008).
- [9] Yang Q., Ong E.H., Sun J., Guo G., and Lim S.P., "Study on the Influence of Friction in an Automatic Ball Balancing System", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 285 (2005), pp.73-99.
- [10] Chao P.C.P., Chiu C.W., Shih K.T., "A novel low-torque ball re-positioning scheme based on a sliding-mode ball observer for an automatic balancer system", *Shock and Vibration* 15(2008), pp.101-126.
- [11] Ryzhik B., "Problems of Vibrations Near Critical Speeds in Rigid Rotors with Autobalancing Devices", *ASME 2003 DETC, VIB-48408*(2003), pp.895-901.
- [12] 吉田修一, "オートバランス機構におけるボール動作解析", 第55回自動制御連合講演会講演論文集(2012), 1 B205, pp. 100-101.

第2章 対象とするオートバランスとそのモデル

2.1 オートバランスの構成

図2.1に光ディスク装置でのオートバランスの構成の一例を示す[1]。ベースプレート上に光ディスクを回転させるためのスピンドルモータを搭載している。オートバランスは、スピンドルモータと同軸上に設けられている。ベースプレートは、インシュレータを介して光ディスク装置の筐体に接続されている。インシュレータは、光ディスク装置の外部もしくは内部の振動を緩衝する機能があり、長形状のベースプレートの四隅に配置されている。

次に、動作原理を説明する。光ディスクに偏重心があると、回転に伴ってアンバランス力 F が働く。それに伴って、スピンドルモータを含むベースプレート全体が、回転の中心軸に対して距離 X の大きさで振れ回り運動をする。この時、オートバランスの円環上のバランスボールには、遠心力 Q がかかる。バランスボールは、抗力 N と遠心力 Q の合力 P によってアンバランス位置と逆位相の位置に移動し、アンバランス力 F をキャンセルする。

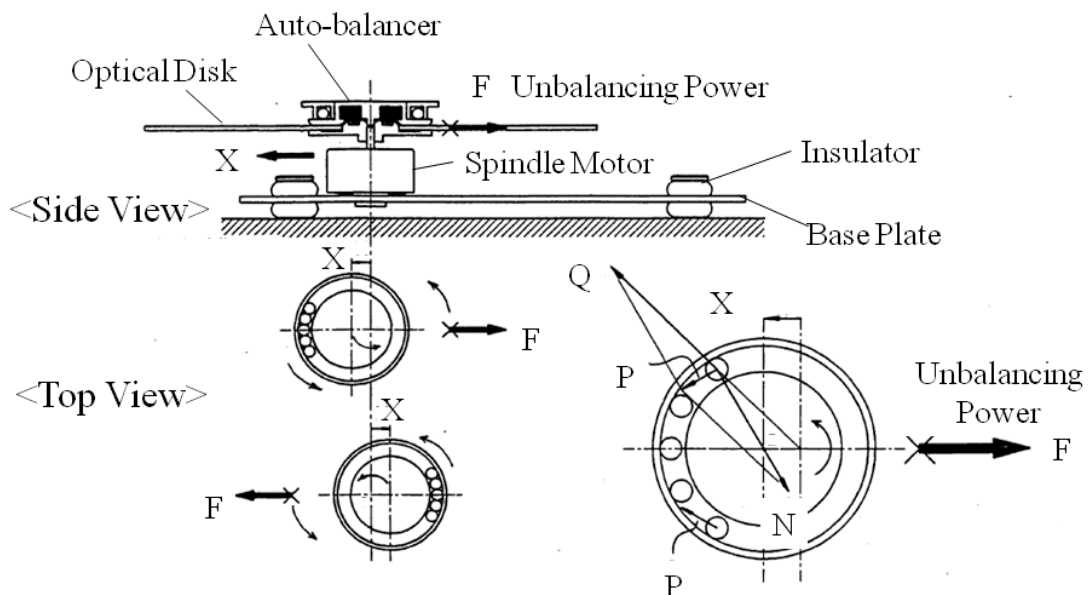


Fig. 2.1 Configuration of Auto-balancer on Optical Disc Drive

なお、図2.1では光ディスク装置におけるオートバランスの構成の一例として、光ディスクの上面に設けられたチャッキングプレート中の環状部にバランスボールを組み込む場合を示したが、光ディスクの下面のスピンドルモータの上部に環状部を設ける構成も可能であり、むしろこちらの方が光ディスク装置での構成としては現在主流となっている。

2.2 オートバランスのモデル化

本節では、上記のように構成されたオートバランスの動作をシミュレーションによって確認するためのモデル化について述べる。

図2.2にモデル化されたオートバランスを示す。 S はスピンドルモータ即ちオートバランスの回転軸の中心である。 G は偏重心の位置を示す。 e は偏重心 G と回転中心 S との距離である。 Ψ は回転中心の x 軸からの回転角である。 φ は偏重心 G の回転角である。 Ψ_i はバランスボールの公転角である。 θ_{bi} は偏重心 G からのバランスボールの回転角である。 R はローターの半径である。点 S は x - y 座標の原点の回りを振れ回り角 $(\Psi - \varphi)$ で回転する。

実際の光ディスク装置のインシュレータは、長方形のベースプレートの四隅に配置されるが、図2.2ではこれをモーターの回転軸の撓みによるバネ k とダンパ c として単純化してモデル化している。その理由は、オートバランスをよりシンプルな構造でモデル化することで、本研究の考え方及び成果を光ディスク装置に搭載したオートバランスに限らず他の様々な製品に搭載されたオートバランス一般にも応用するためである。

なお、実際の装置では、ボールの数は2個よりも多く設定する。しかしその場合シミュレーションの解析が複雑化し本質を見失う恐れがある。そのため、以下では図に示すように、バランスボール(B_1, B_2)が2個の場合を考える。図に示したパラメータを用いて、次節において非定常振動を考慮してラグランジュ方程式に基いて導出する。

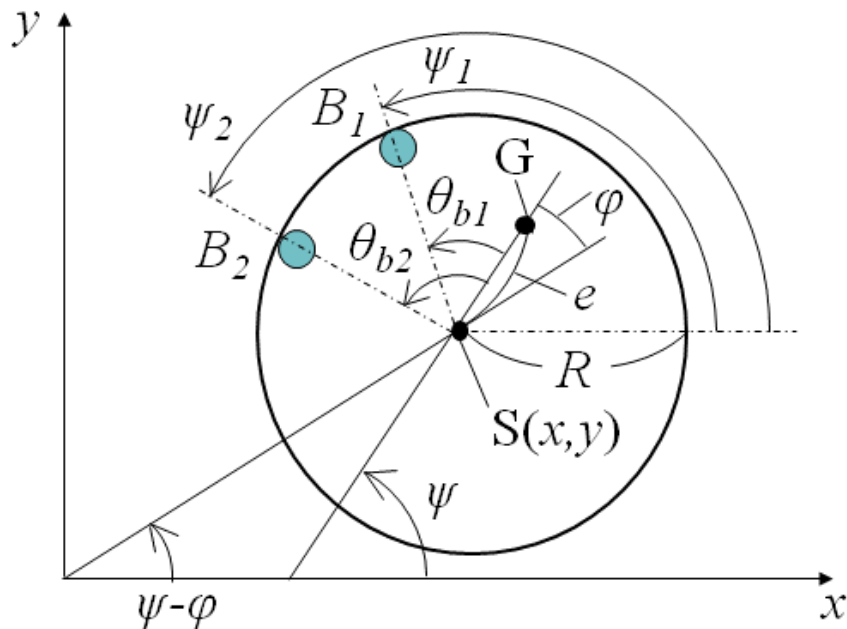


Fig. 2.2 Modeling of Auto-balancer

2. 3 運動方程式の導出

一般に、ラグランジュの運動方程式は式(2-1)のように表わされる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} = u_k(t) \quad (2-1)$$

但し、 $L=T-V$ ：ラグランジアン、 T ：運動エネルギー、 V ：ポテンシャルエネルギー、 F ：散逸関数、 q_k ：一般化座標、 $u_k(t)$ ：一般化力

なお、以下では、運動方程式の導出過程を説明するが、付録Aに詳細な導出過程を掲載する。

図2. 2に示すオートバランサーのモデルにおいて、運動エネルギー T は、式(2-2)のようになる。

$$T = \frac{M_0}{2} \{ (\dot{x} - e\dot{\psi} \sin \psi)^2 + (\dot{y} + e\dot{\psi} \cos \psi)^2 \} + \frac{I_G}{2} \dot{\psi}^2 \\ + \frac{m}{2} \sum_{i=1}^2 \{ (\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \} + \frac{I}{2} \frac{R^2}{a^2} \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \quad (2-2)$$

但し、 M_0 ：ローターの質量、 I_G ：ローターの慣性モーメント、 R ：ローターの半径、 m ：ボールの質量、 I ：ボールの慣性モーメント、 a ：ボールの半径、 e ：重心 G の回転中心 S からの距離（即ち偏心量）

式(2-2)において、第1項は、質点 G におけるローターの運動エネルギーである。第2項は、ローターを剛体と見なした場合の運動エネルギーである。第3項は、バランスボールの質点における運動エネルギーである。第4項は、バランスボールを剛体と見なした場合の運動エネルギーである。

次に、ポテンシャルエネルギー V は、式(2-3)のようになる。但し、 x - y 平面は水平面と一致しているとし、重力は考慮しないものとする。

$$V = \frac{k}{2} (x^2 + y^2) \quad (2-3)$$

散逸関数 F は、式(2-4)のようになる。ただし、 c_b ：ボールの粘性抵抗係数とする。

$$F = \frac{c}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{c_b}{2} R^2 \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \quad (2-4)$$

式(2-4)において、第1項は、ローターを支えるインシュレーターの粘性抵抗による散逸関数を示し、第2項はボールの粘性抵抗による散逸関数である。

一般化座標を、 x, y, ψ_i とした場合のラグランジュの運動方程式は式(2-5)～(2-7)のようになる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (2-5)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} = 0 \quad (2-6)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\psi}_i} = u(t) \quad (i=1, 2) \quad (2-7)$$

式(2-7)において、一般化力 $u(t)$ は、式(2-8)に示すようになる。

$$u(t) = \frac{R}{a} I \ddot{\psi} - mR \frac{\beta_b}{a} (R \dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (i=1, 2) \quad (2-8)$$

但し β_b : ボールの回転摩擦係数である。また、 $\text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi})$ は、ボールとロータ一重心の相対速度 $(\dot{\psi}_i - \dot{\psi})$ の符号を示す。

式(2-2) ~ (2-4) を式(2-5) ~ (2-7) に代入することで、運動方程式(2-9) ~ (2-11) が得られる [2]。

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = M_0 e(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) + mR \sum_{i=1}^2 (\ddot{\psi}_i \sin \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \cos \psi_i) \quad (2-9)$$

$$M\ddot{y} + c\dot{y} + ky = M_0 e(-\ddot{\psi} \cos \psi + \dot{\psi}^2 \sin \psi) + mR \sum_{i=1}^2 (-\ddot{\psi}_i \cos \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \sin \psi_i) \quad (2-10)$$

$$\begin{aligned} & (m + \frac{I}{a^2}) R \ddot{\psi}_i - m(\ddot{x} \sin \psi_i - \ddot{y} \cos \psi_i) + c_b R (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\ & = -m \frac{\beta_b}{a} (R \dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) + \frac{R+a}{a^2} I \ddot{\psi} \end{aligned} \quad (2-11)$$

ただし、 $M = M_0 + 2m$ である。

$$\psi_i = \psi + \theta_{bi} \quad (i=1, 2) \quad (2-12)$$

$$\psi - \phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (2-13)$$

なお、図2. 1に示すモーター、ベースプレート、インシュレータによって決まる系の危険速度 ω_n は、次式のように表わされる。

$$\omega_n = \sqrt{k/M} \quad (2-14)$$

図2. 3は、式(2-9) ~ 式(2-13) で示した運動方程式に基づいて、MATLAB を用いてシミュレーションした一例である。横軸に時間を取り、縦軸と奥行き軸に x - y 軸を取って、オートバランサの回転軸の中心 S の位置 (x, y) が振れ回る様子を示している。

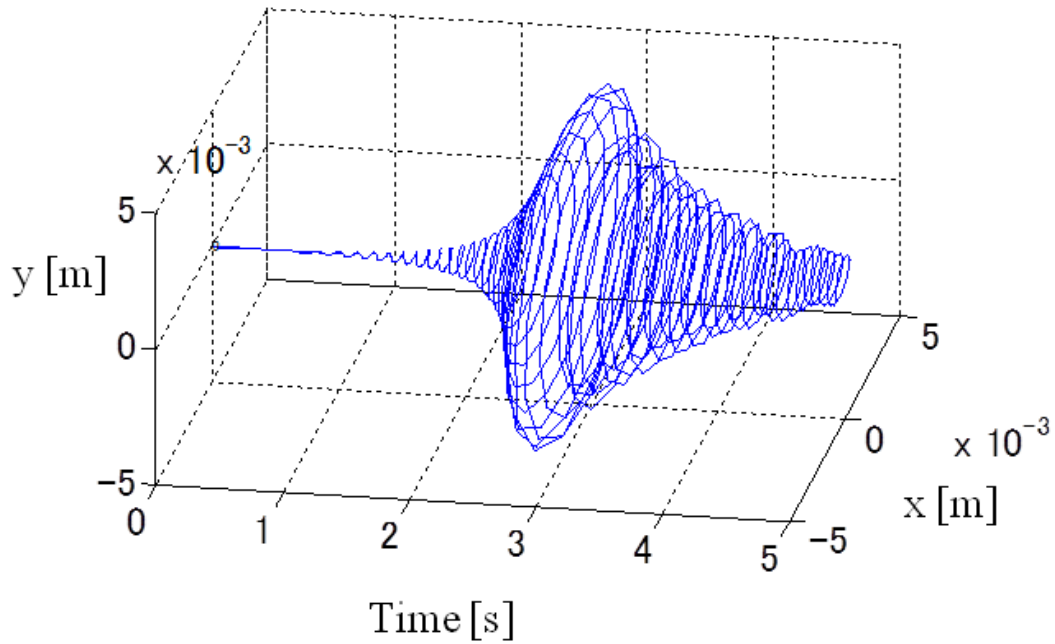


Fig. 2.3 Time history of Radial Displacement of Auto-balancer

図 2. 4 は、図 2. 2 と同じ構成の図であるが、バランスボールに働く移動力 f_{di} の位置付けを分かりやすくするために、ボール 1 個のみの場合について示している。この移動力 f_{di} は、図 2. 1 において、抗力 N と遠心力 Q の合力 P として示したものと同一であるが、ここでは図 2. 2 での表記と統一するため変数名を変えた。移動力 f_{di} は、第 4 章以降のシミュレーションでの解析において、バランスボールが移動する根拠を分析するために用いられる。

ロータの定常的な回転数 $\omega > \omega_n$ (ω_n は危険速度) において、ボールの移動力は転がり摩擦係数 β_b 並びに角回転数 ω に依存する[3]ことから、ボールの移動力は式 (2-14) を用いて推定することができる。[4]

$$f_{di} = m \dot{\psi}_i^2 (W_r |\sin \gamma_i| - \beta_b (R - W_r \cos \gamma_i)) \quad (2-15)$$

但し、 W_r : 振れ回り振幅であり、次式が成り立つ。

$$\gamma_i = \pi - \phi - \theta_{bi} \quad (i = 1, 2) \quad (2-16)$$

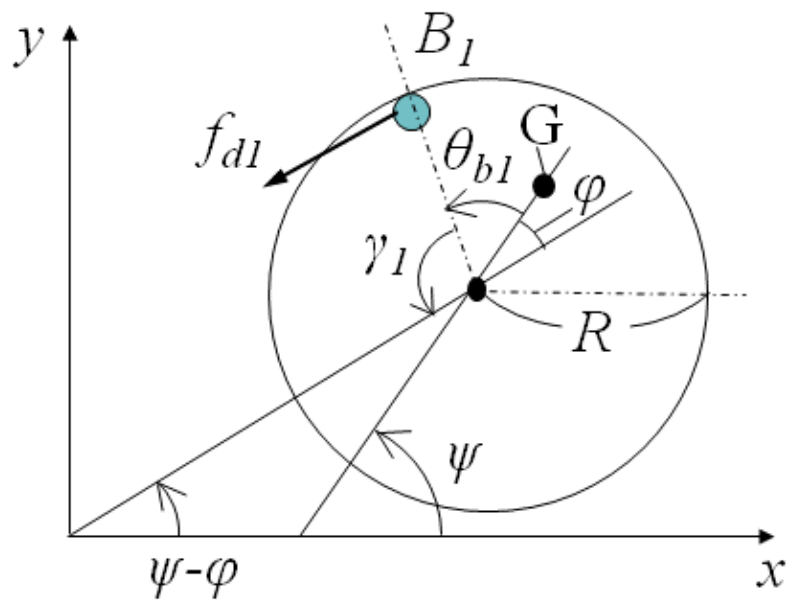


Fig. 2.4 Modeling of Driving Force on Auto-balancer

第2章引用文献

- [1] 正木清, 三原和博, 吉田修一, 福山三千雄, 浦山徳昭, 菊川正明, "ディスク駆動装置", 日本国特許第2824250号(1998).
- [2] 陣内靖介, 荒木嘉昭, 井上順吉, 大塚芳臣, 譚青, "自動平衡装置 (多数の転動球による静つりあわせおよび過渡応答)", 日本機械学会論文集C, Vol.59, No.557(1993), pp.79-84.
- [3] Yang Q., Ong E.H., Sun J., Guo G., and Lim S.P., "Study on the Influence of Friction in an Automatic Ball Balancing System", Journal of Sound and Vibration, Vol. 285 (2005), pp.73-99.
- [4] 吉田修一, 仲昭行, "オートバランス技術の光ディスク装置応用", 日本機械学会関西支部講演会論文集(87)(2012), p."13-30".

第3章 バランス残差低減のための制御方法

オートバランスの動作は、釣合い解、不釣合い解、自励解の3つのモードを有する[1]。一般に回転速度が低い領域では不釣合い解モードとなる。回転速度が増大し、図2. 1に示すスピンドルモーター、ベースプレート、インシュレータによって決まる系の危険速度よりも十分に高い速度領域になると、釣合い解モードとなる。このモードでは、偏重心を打ち消す効果を発揮する。この釣合い解モードでの偏重心を打ち消す効果は、バランスボールが偏重心と180度反対の位相位置に移動することで達成される。しかしバランスボールの移動時の摩擦や、機械的な寸法のばらつきによってそれが阻害されるため、バランスボールは偏重心と180度反対の位相位置に移動しきれないで留まり、その結果バランス残差となる。バランス残差があると、オートバランスがバランスボールによって偏重心によるアンバランスをキャンセルする効果(＝バランス効果)が悪化する。

また、オートバランスにおいてモーターを危険速度近傍に加速する途中で、バランスボールがモーターと非同期で回転、即ち、バランスボールが相対的にモーターと逆方向に公転する場合がある。これを自励解モードと呼び、危険速度近傍における機械的共振に起因する振動、もしくはバランスボールがオートバランスの円環部を公転することに起因する騒音の原因となる。その対策として、ボールの転動時の粘性抵抗[2]や摩擦抵抗[3]を大きくする場合がある。しかしその場合、ボールが動きにくくなり、上記と同様にバランス効果が悪化する。

3. 1 回転速度プロファイル制御

前記の課題に対して、釣合い解モードでのボールの移動を促進する方法として、回転速度プロファイル制御方式を提案する。図3. 1にその方法を用いる際の回転速度プロファイルを示す。これは、モーターを加速する際に、危険速度近傍の回転数で変速期間を設けるという方法である[4]。ここで変速期間とは、定速であることを基本とするが、必ずしもそれに関わらず、速度が一定加速度で変化する場合も含んでいる。

この方式の着想は以下の考え方に基く[5]。即ち、第2章の動作原理で説明した様に、スピンドルモータの振れ回り振幅 X が大きい方が遠心力 Q が大きくなる為バランスボールに働く移動力 P も大きくなる。一方、スピンドルモータの振れ回りは危険速度近傍の回転数で最も大きくなる。加速度一定の回転速度プロファイルの場合は、振れ回りのピーク期間が短いのでバランスボールの移動力 P が十分ではない。危険速度近傍の回転数で回転速度可変の期間を設けることで、振れ回り最大の期間を長くする。これによって、バランスボールに働く移動力 P の持続時間を長くして、その移動を促進する。

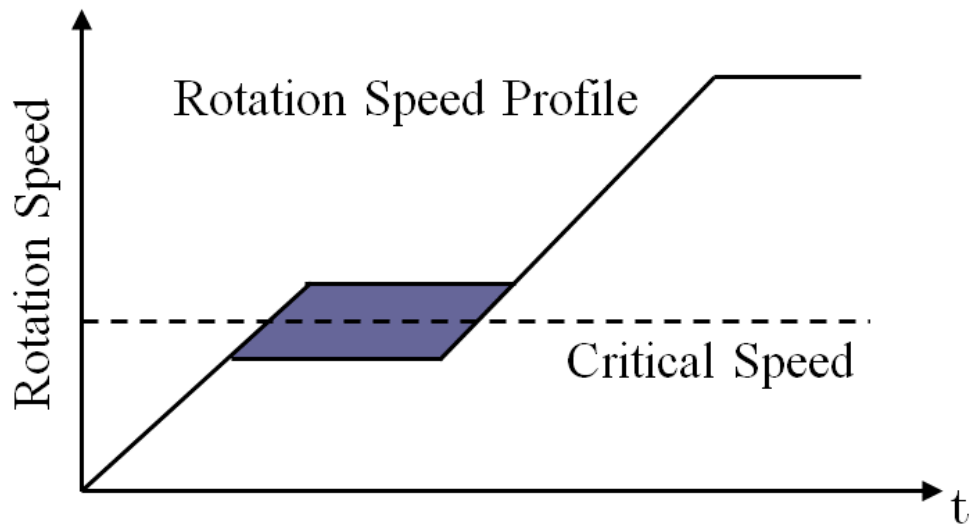


Fig. 3.1 Rotation Speed Profile Method

第3章引用文献

- [1] 吉田修一, "オートバランス機構のモデリング", 計測自動制御学会第2回プラントモデリングシンポジウム資料(2011), pp.59-62.
- [2] 井上順吉, 陣内靖介, 荒木嘉昭, 中原章, "自動平衡装置 (その基礎的な特性)", 日本機械学会論文集C, Vol.45, No.394(1979), pp.646-652.
- [3] Yang Q., Ong E.H., Sun J., Guo G., and Lim S.P., "Study on the Influence of Friction in an Automatic Ball Balancing System", Journal of Sound and Vibration, Vol. 285 (2005), pp.73-99.
- [4] 吉田修一, 仲昭行, "オートバランス技術の光ディスク装置応用", 日本機械学会関西支部講演会論文集(87)(2012), p."13-30".
- [5] 三原和博, 正木清, 仲昭行, 吉田修一, 丸岡誠, 宮田晃治, 矢野正義, "ディスク駆動装置", 日本国特許第4155659号(2008).

第4章 バランス残差低減のためのボール動作の解析

本章では、第3章で示した回転速度プロファイル制御方式を用いて、バランス残差を低減するために、第2章で導出した式(2-9)～(2-13)の非定常振動モデルによる運動方程式に対する数値シミュレーションをMATLABを用いて行う。但しパラメータは、 $M=0.1$ [kg], $k=1000$ [N/m], 偏心 $e=100$ [μm], 危険速度 $\omega_n=100$ [rad/s], $c=0.2$ [Ns/m], $R=0.01$ [m], $m=0.001$ [kg], $cb=1$ [Ns/m], $\beta_b=0.000001$ である。これらの物理定数は、第6章で行う検証実験との整合性を図るために、光ディスク装置に用いられるスピンドルモータ、インシュレータ、バランスボールに近い数値を採用しているが、必ずしもこれに限る訳ではない。

4.1 バランス残差シミュレーション

一回転速度プロファイル制御を用いない場合

図4.1は、モーターを停止状態から一定の加速度で定加速、即ち $d\psi/dt=at$ (加速度 $a=$ 一定) で加速した場合のシミュレーション結果を示している。

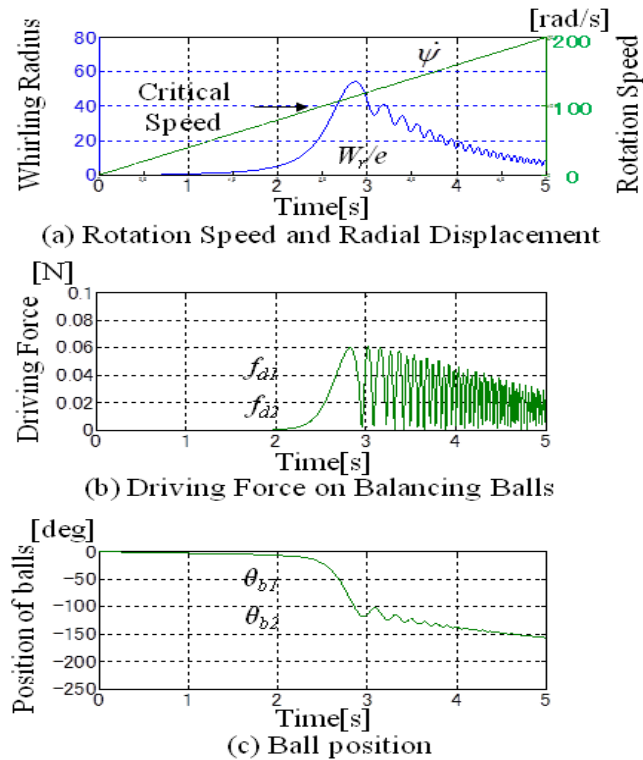


Fig. 4.1 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

図4.1(a)はオートバランスの規格化振れ回り振幅 W_r/e と回転速度 $d\psi/dt$ を示している。振れ回り振幅 W_r を規格化のため偏心 e で割っている。規格化振れ回り振幅は、回転速度の増加とともに徐々に増加し、約2.5秒時点で危険速度を超えた直後(約2.8秒時点)に最大(振幅は約55)となり、その後時間の経過と

ともに徐々に減少していく。図4. 1 (b) はバランスボールに働く移動力 F_{di} を示している。移動力 F_{di} の大きさも、回転速度の増加とともに徐々に増加し、危険速度を超えた直後に最大 (約 0.06 [N]) となる。つまり、振れ回りの大きさが大きいほどボールを移動させる力も大きくなっている。図4. 1 (c) はバランスボールの回転位相角 θ_{bi} を示している。ここでは、2個のバランスボールの初期位相が0度で等しい場合を示している。ここで回転位相角が0度とは、バランスボールが偏重心と同じ位相の位置に留まっていることを意味する。即ち、バランス効果 (=オートバランスがバランスボールによって偏重心によるアンバランスをキャンセルする効果) を有するためには、バランスボールが-180度の位置に移動する必要がある。図4. 1 (c) において、回転位相角は、回転速度の増加とともに徐々に減少し、危険速度を超えた直後に大きく変化する。しかし、さらに回転速度が上がってもボールの位相角は-180度に到達していない。即ち、この場合バランス残差が生じていて十分なバランス効果が得られない。

図4. 2は、図4. 1の場合に対応したバランスボールの動きを模式的に表わしたものである。偏重心Gの対角位置にバランスボールが達していないので、バランス残差が残っている様子がわかる。

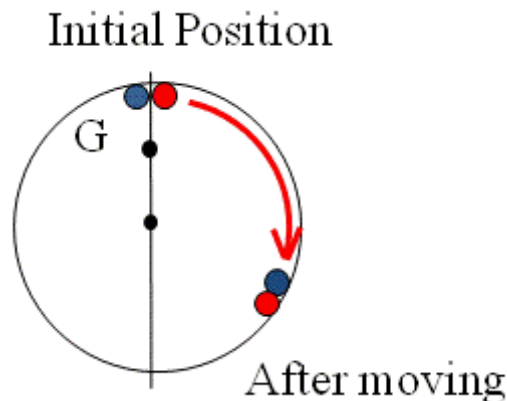


Fig. 4.2 Movement of Balance Balls without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

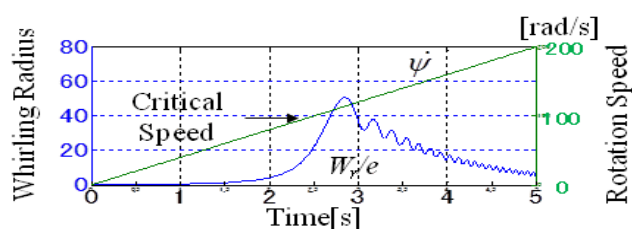
表4. 1は、想定される2個のバランスボールの初期位置の組み合わせを示している。角度の変化幅を45度として、偏重心の位置に対して対称関係を有する組み合わせや、最初からいずれかのボールが偏重心の対角位置である180度にある場合などは除いている。黄色を付けたものが、ここで実際にシミュレーションを実施している組み合わせである。このうち、(45度, -45度)と(45度, 90度)の組み合わせを代表として、図4. 1と同様にシミュレーションを実施し、その結果を以下に示す。

図4. 3はボールの初期位置が45度と-45度の場合を示している。図4. 3(a)を図4. 1(a)と比較すると、規格化振れ回り振幅 $W_{r/e}$ の大きさ並びに時間変化の様子は、ほぼ等しいと言える。一方、図4. 3 (b)を見ると、ボールに働く移動力 F_{di} の大きさ並びに時間変化の様子は、ボール毎に異なっている。その結果、

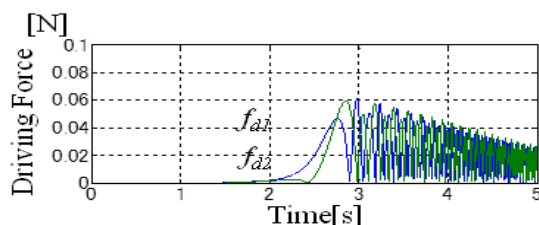
図4. 3 (c) に示すように、2個のボールの内一方は約-180度の近傍に移動できているが、一方は移動できていない。

Table 4.1 Initial Position of Balance Balls [degree]

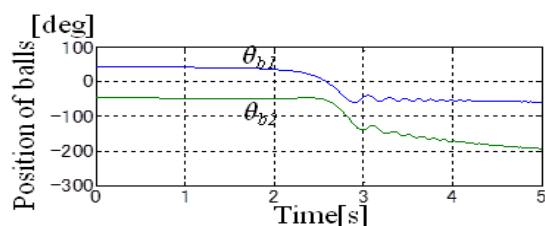
Ball-1	0	0	0	0	-	-
Ball-2	0	45	90	135	-	-
Ball-1	45	45	45	45	45	45
Ball-2	45	90	135	-45	-90	-135
Ball-1	90	90	90	90	135	135
Ball-2	90	135	-90	-135	135	-135



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force on Balancing Balls



(c) Ball position

Fig. 4.3 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 45$ deg, $\theta_{b2} = -45$ deg)

図4. 4は、図4. 3の場合に対応したバランスボールの動きを模式的に表わしたものである。バランスボールのうちの一つが偏重心 G の対角位置に達していないので、バランス残差が残る様子がわかる。

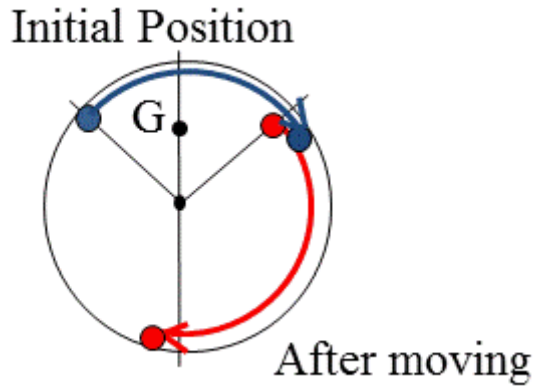


Fig. 4.4 Movement of Balance Balls without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = -45 \text{ deg}$)

図 4. 5はボールの初期位置が 45 度と 90 度の場合を示している。

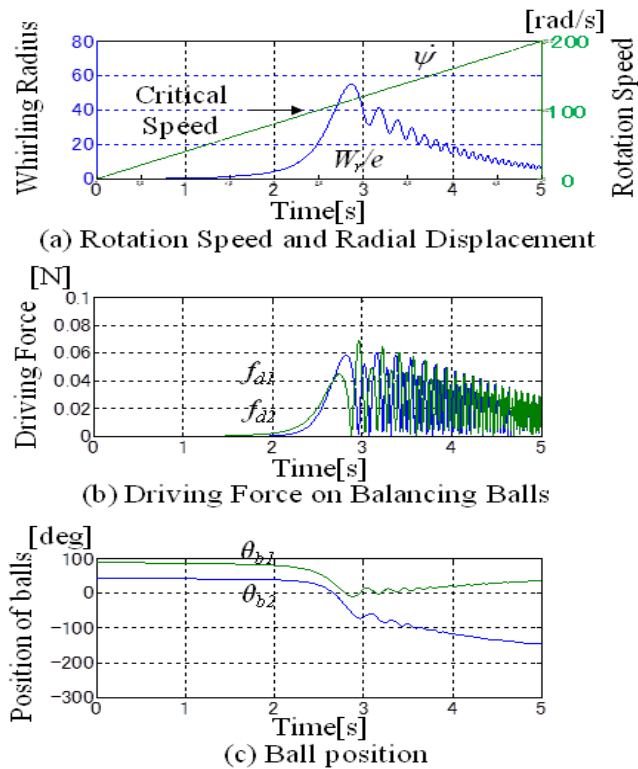


Fig .4.5 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 45\text{deg}$, $\theta_{b2} = 90 \text{ deg}$)

図 4. 5(a)を図 4. 1(a)と比較すると、図 4. 3(a)と同様に、規格化振り回り振幅 W_r/e の大きさ並びに時間変化の様子は、ほぼ等しいと言える。一方、図 4. 5 (b)を見ると、ボールに働く移動力 F_{di} の大きさ並びに時間変化の様子は、ボール毎に異なる。その結果、図 4. 5 (c) に示すように、2 個のボールの内一方は約-180 度の近傍に移動できているが、一方は移動できていない。

図4.6は、図4.5の場合に対応したバランスボールの動きを模式的に表わしたものである。バランスボールのうちの一つが偏重心 G の対角位置に達していないので、バランス残差が残る様子がわかる。

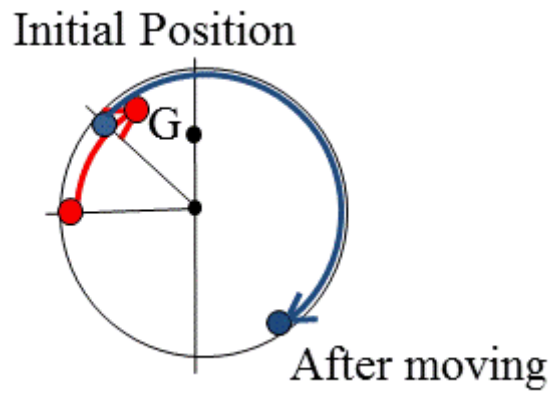


Fig. 4.6 Movement of Balance Balls without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 90 \text{ deg}$)

4. 2 バランス残差シミュレーション

一回転速度プロファイル制御で変速期間を定速とする場合一

モーターを停止状態から一定の加速度、即ち $d\psi/dt = at$ (加速度 $a = \text{一定}$) で加速し、その後続く変速期間では、危険速度に達した時点から速度を一定にする期間を 0.5 秒だけ設け、その後再び (当初と同じ大きさの) 一定加速度で加速する。図 4. 7 は、そのシミュレーション結果を示している。但し、バランスボールの初期位相は 0 度としている。

図 4. 7 (a) において、規格化振れ回り振幅 W_r/e は、回転速度 $d\psi/dt$ の増加とともに徐々に増加し、0.5 秒の変速期間が終了した直後 (約 3.3 秒時点) に最大 (振幅は約 62) となる。図 4. 1 (a) と比較すると、規格化振れ回り振幅は $62 - 55 = 7$ だけ大きくなっている。図 4. 7 (b) を見ると、図 4. 7 (a) と同じ約 3.3 秒の時点でバランスボールに働く移動力 F_{di} もピーク (約 0.07 [N]) に達している。図 4. 7 (c) を見ると、これら規格化振れ回り振幅と移動力の及ぼす影響によって、バランスボールが約 -180 度の近傍に移動し、バランス残差が解消されていることがわかる。

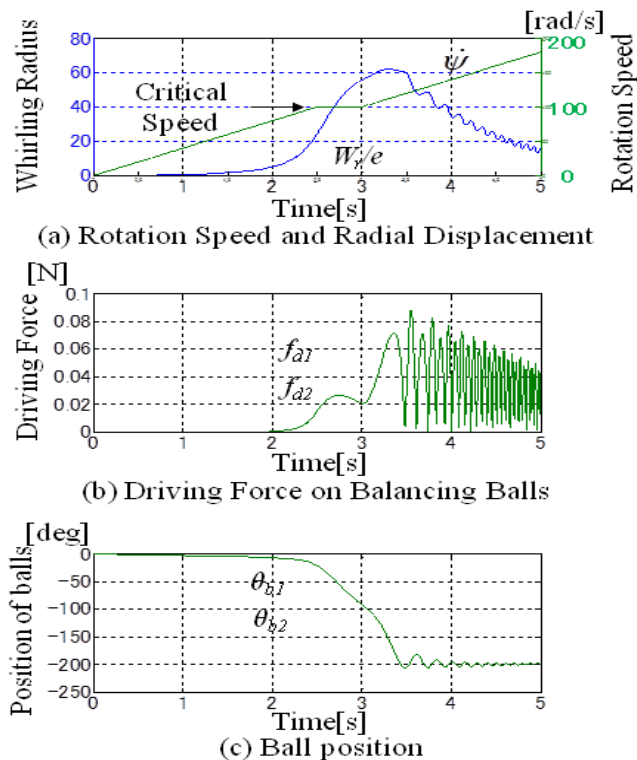


Fig. 4.7 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

図4. 8は、図4. 7の場合に対応したバランスボールの動きを模式的に表わしたものである。2個のバランスボールが偏重心 G のほぼ対角位置に達しており、バランス残差が解消している様子がわかる。

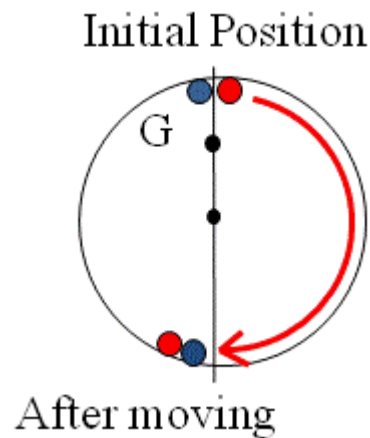


Fig. 4.8 Movement of Balance Balls with Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

図4. 9はボールの初期位置が45度と-45度の場合を示している。図4. 9(a)を図4. 7(a)と比較すると、規格化振れ回り振幅 $W_{r/e}$ の大きさ並びに時間変化の様子は、ほぼ等しいと言える。一方、図4. 9(b)を見ると、ボールに働く移動力 F_{di} の大きさ並びに時間変化の様子は、約3秒の時点まではボール毎に異なっているが、それ以降は、大きさも時間変化の様子もほぼ等しくなっている。その結果、図4. 9(c)に示すように、2個のボールは、約3秒時点以降はほぼ同じ様に約-180度の近傍に移動している。

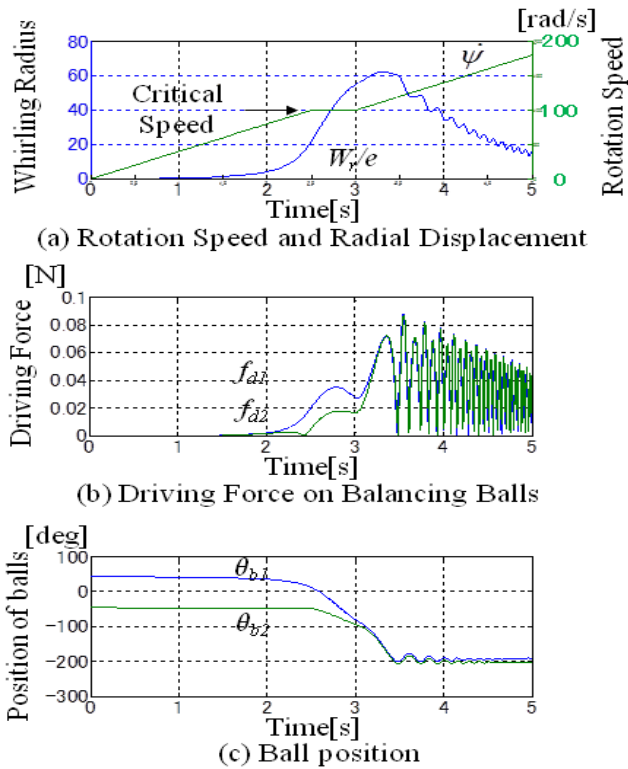


Fig. 4.9 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = -45 \text{ deg}$)

図4.10は、図4.9の場合に対応したバランスボールの動きを模式的に表わしたものである。2個のバランスボールが偏重心Gのほぼ対角位置に達しており、バランス残差が解消している様子がわかる。

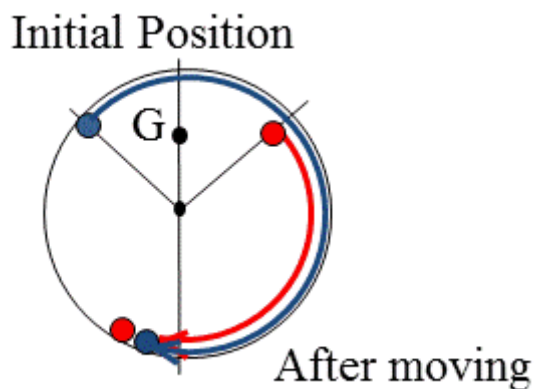


Fig. 4.10 Movement of Balance Balls with Rotation Speed Profile (Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = -45 \text{ deg}$)

図4. 1 1はボールの初期位置が45度と90度の場合を示している。この場合、ボール2個共に-180度の近傍にスムーズに移動できている。図4. 1 1(a)を図4. 7(a)と比較すると、規格化振れ回り振幅 W_r/e の大きさ並びに時間変化の様子は、図4. 1 1(a)の方が、約3.3秒時点での振幅が大きくなっている。図4. 1 1 (b)を見ると、ボールに働く移動力 F_{di} の大きさ並びに時間変化の様子は、ほぼ等しい動きをしており、約3.3秒の時点の移動力の振幅のピーク値は、約0.08 [N]となり、図4. 7 (b) や図4. 9 (b) の場合の約0.07 [N]よりも若干大きくなっている。その結果、図4. 1 1 (c) に示すように、2個のボールは、ほぼ同じ様な動きをして約-180度の近傍に移動している。

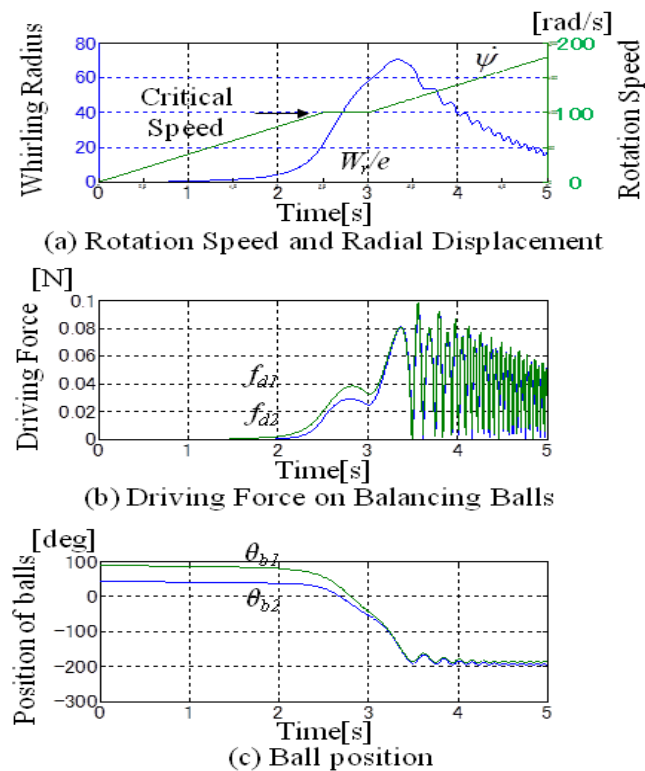


Fig. 4.11 Time histories with Rotation Speed Profile
in case of constant speed during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$
(Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 90 \text{ deg}$)

図4. 1 2は、図4. 1 1の場合に対応したバランスボールの動きを模式的に表わしたものである。2個のバランスボールが偏重心 G のほぼ対角位置に達しており、バランス残差が解消している様子がわかる。

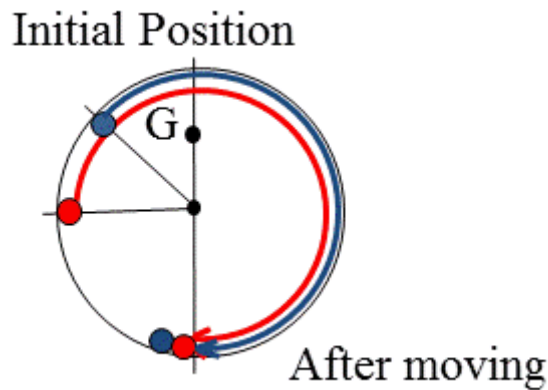
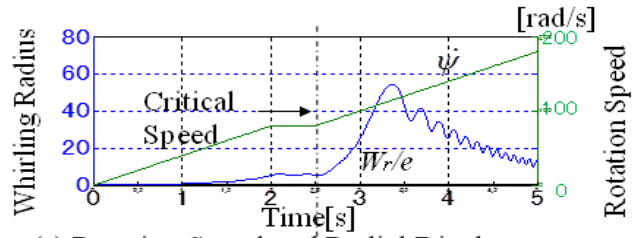


Fig. 4.12 Movement of Balance Balls with Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 90 \text{ deg}$)

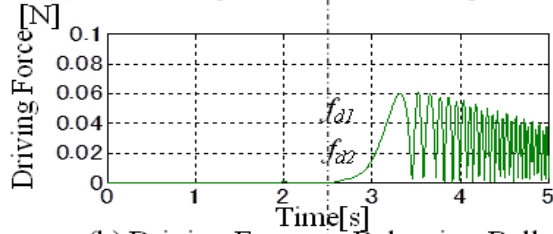
図4.7、図4.9、図4.11では、変速期間の開始時期をモータの速度が危険速度に到達した時期と一致させているが、危険速度の前後で変速期間を開始した場合について調べる。

図4.13と図4.14は、危険速度に達する前もしくは後に、0.5秒の変速期間 t_c を設けて、その後に再び一定加速度で加速した場合である。図4.13は、定速期間 t_c を危険速度よりも早いタイミングで開始した場合、 $2.0 \text{ s} < t_c < 2.5 \text{ s}$ である。また、図4.14は、変速期間 t_c を危険速度よりも遅いタイミングで開始した場合、 $3.0 \text{ s} < t_c < 3.5 \text{ s}$ である。

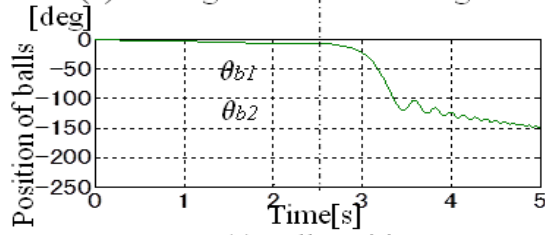
図4.13と図4.14のいずれの場合もボールの回転位相角は-180度の近傍には到達していないことがわかる。



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

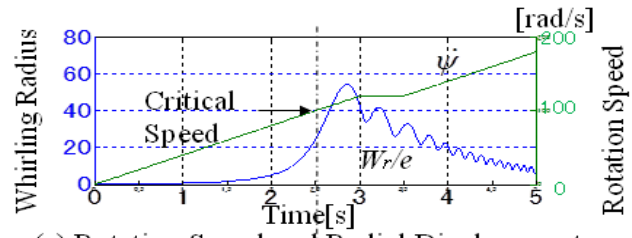


(b) Driving Force on Balancing Balls

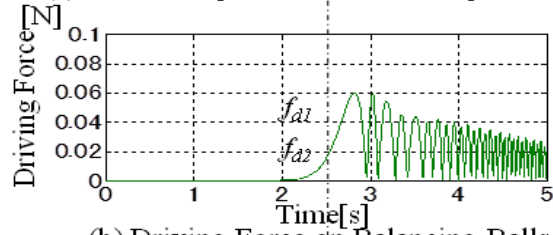


(c) Ball position

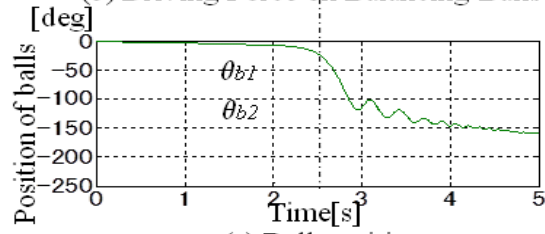
Fig. 4.13 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $2.0 \text{ s} < t_c < 2.5 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force on Balancing Balls



(c) Ball position

Fig. 4.14 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $3.0 \text{ s} < t_c < 3.5 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

4. 3 バランス残差シミュレーション

一回転速度プロファイル制御で変速期間を定加速とする場合一

モーターを停止状態から一定の加速度で定加速、即ち $d\psi/dt = at$ (加速度 $\alpha =$ 一定) で加速し、その後続く変速期間では、危険速度に達した時点で加速度一定の期間 (但し、加速度の大きさを当初の加速度の半分、即ち $\alpha_c = 20$ [rad/s²] としている) を 0.5 秒設ける。その後、再び一定加速度 (加速度の大きさは当初と同じとしている) で加速する。図 4. 15 は、そのシミュレーション結果を示している。但し、バランス ボールの初期位相は 0 度としている。

図 4. 15 の結果を、変速期間を定速に設定する図 4. 7 の場合と比較する。規格化振れ回り振幅 W_r/e のピークの値はほぼ等しいが、時間変化の様子は、図 4. 15(a) では、ピークに達するのは約 3.0 秒時点であり、図 4. 7 (a) の場合よりも達するのが早い。ボールに働く移動力 F_{di} の大きさ並びにその時間変化の様子は、図 4. 7(b) では、双コブのような形状をしていて力が分散しているのに対して、図 4. 15 (b) では、約 2.5 秒時点から約 3.0 秒時点に至るまで連続的に滑らかに増加してピークに達している。その結果、図 4. 15 (c) に示すように、2 個のボールは、図 4. 7(c) よりも速く約 -180 度の近傍に移動している。バランスボールの模式的な動きの図は、図 4. 8 と同じになるので省略する。

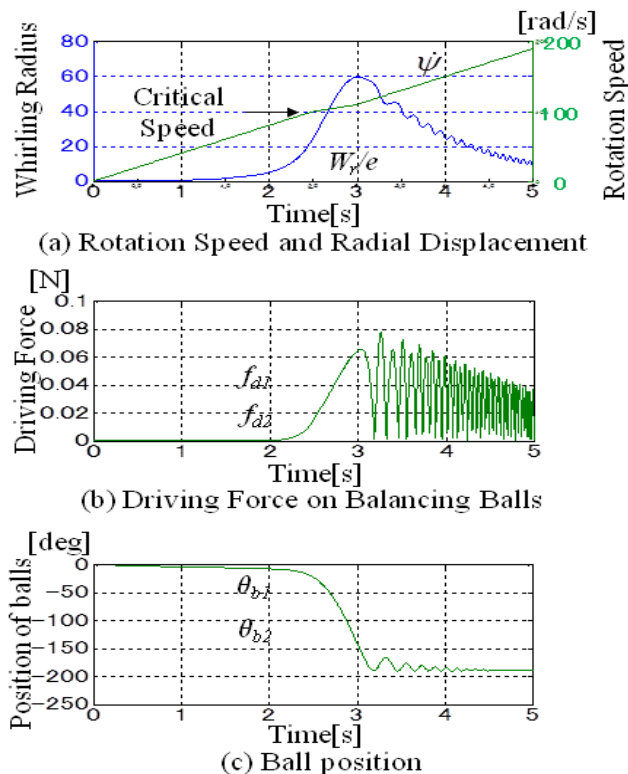


Fig. 4.15 Time histories with Rotation Speed Profile
in case of constant acceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$
($\alpha_c = 20$ [rad/s²]) (Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

図4.16は、変速期間での加速度の大きさを当初の加速度の4分の1、即ち $\alpha_c = 10 [\text{rad/s}^2]$ にした場合を示している。また、図4.17は、同様に変速期間での加速度の大きさを当初の加速度の4分の3、即ち $\alpha_c = 30 [\text{rad/s}^2]$ にした場合を示す。図4.15(c)～図4.18(c)を比較すると、変速期間での加速度の大きさ α_c が小さい方が、ボールの位相はよく回っている。その理由は、各図(b)において、移動力 F_{di} のピーク値は殆ど変わらないが、ピークになる時刻が、加速度 α_c が小さいほど遅くなっている。その為、オートбалансиが危険速度を通過した直後のボール移動を促進しているためと思われる。

図4.18は危険速度に達した時点で、0.5秒の一定減速期間（加速度の絶対値を半分、即ち $\alpha_c = -20 [\text{rad/s}^2]$ ）としていた後に、再び一定加速度（加速度の大きさは当初と同じとしている）で加速した場合である。一度減速すると、振れ回り振幅 W_r/e 及び移動力 F_{di} が小さくなる為、ボールの移動は逆に阻害されている。

以上をまとめると、回転速度プロファイル制御における変速期間において、一定の加速度で加速をした場合に、その加速度の大きさを変えることで、ボールの移動の程度をコントロールすることができる。しかし、変速期間において減速をすると、ボールの移動は阻害されてしまう。

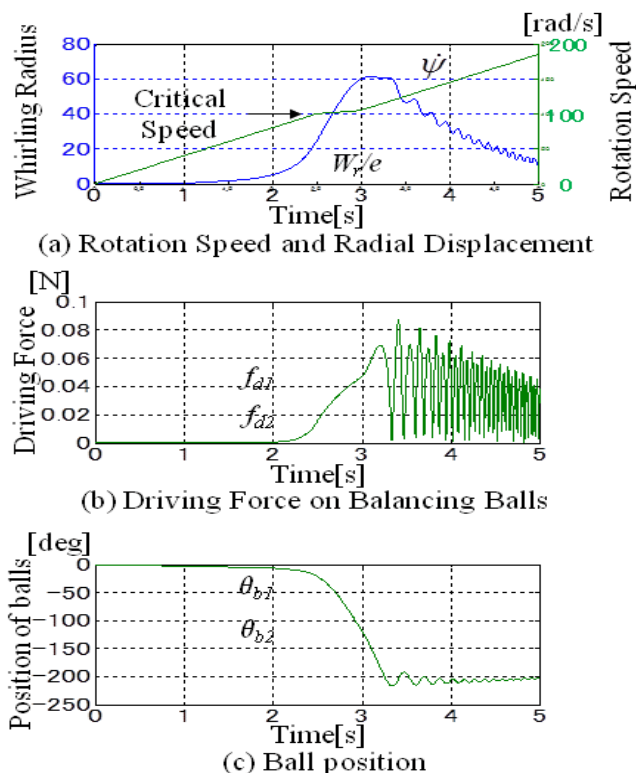
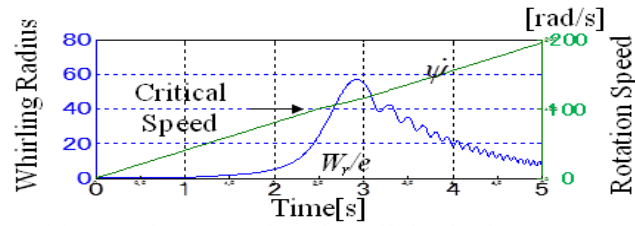
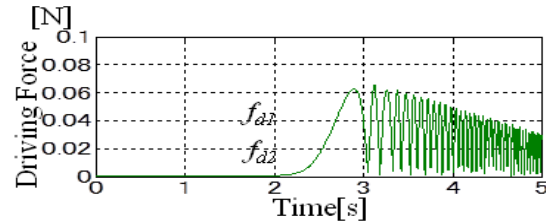


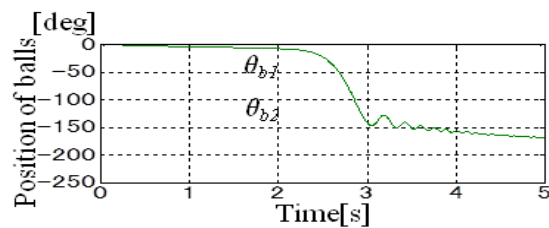
Fig. 4.16 Time histories with Rotation Speed Profile
in case of constant acceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$
($\alpha_c = 10 [\text{rad/s}^2]$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

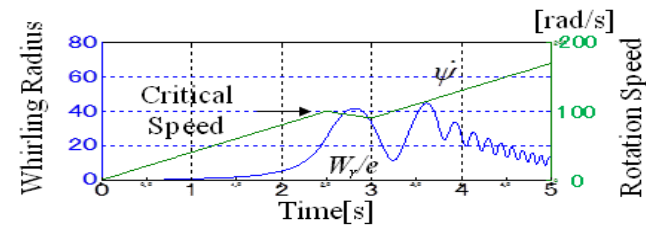


(b) Driving Force on Balancing Balls

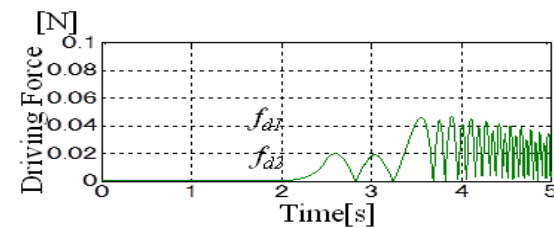


(c) Ball position

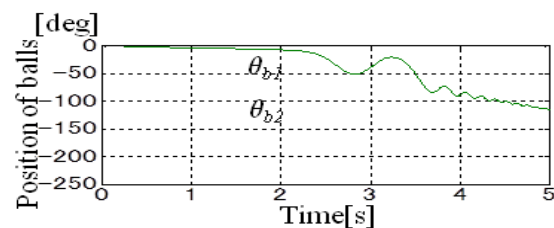
Fig. 4.17 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant acceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$ ($\alpha_c = 30 \text{ [rad/s}^2\text{]}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force on Balancing Balls



(c) Ball position

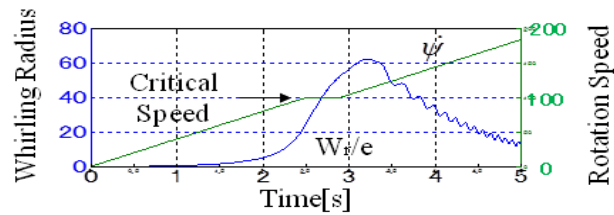
Fig. 4.18 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant deceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$ ($\alpha_c = -20 \text{ [rad/s}^2\text{]}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

4. 4 回転速度プロファイル制御における変速期間の最適化

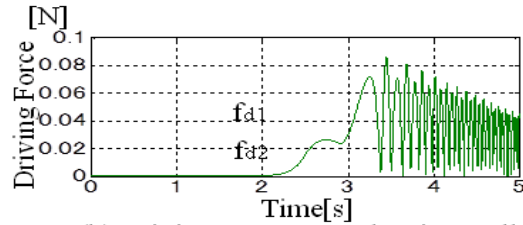
オートバランスを搭載した光ディスク装置では、ディスクを交換した際の初期学習プロセスにおいて、ディスクのアンバランスの大きさに応じてオートバランスのボールの位置決めを行う。ここでは、モータを加速する過程で回転速度プロファイル制御方式を用いた場合に、変速期間をどの様に設定すれば、最も速く-180度近傍にバランスボールが収束するかを検討する。ボールの位置決めがより短時間でできると、初期学習に要する時間も短縮できるというメリットがあるためである。

図4. 19と図4. 20は、4. 2節で述べたように変速期間で速度を一定にする場合に、ボールがより速く-180度の近傍に移動する条件を求めるために、変速期間の長さ0.5秒を、0.4秒と0.6秒に変えた場合のシミュレーション結果を示している。最初に-180度に達した時点を基準として要した時間を計測すると、変速期間が0.5秒の時には、変速期間の開始時刻からセtring時間0.86秒で-180度に達している。一方、変速期間が0.4秒、0.6秒の場合は、セtring時間はそれぞれ0.77秒、0.91秒となった。つまり、この3通りの変速期間の設定の中では、0.4秒の場合が最も早く-180度に達した。

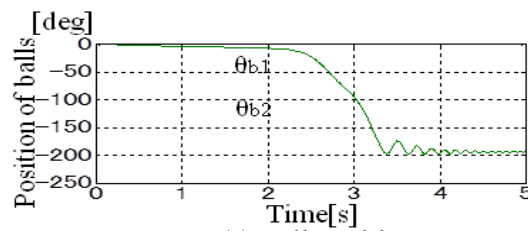
図4. 21と図4. 22は、同様に、4. 3節で述べたように変速期間で加速度を一定にした場合に、ボールがより速く-180度の近傍に移動する条件を求めるために、変速期間の長さ0.5秒を、0.4秒と0.6秒に変えた場合のシミュレーション結果を示している。変速期間が0.5秒の時には、変速期間の開始時刻からセtring時間0.58秒で-180度に達している。一方、変速期間が0.4秒、0.6秒の場合は、セtring時間はそれぞれ0.88秒、0.59秒となった。つまり、この3通りの変速期間の設定の中では、0.5秒の場合が最も早く-180度に達した。



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

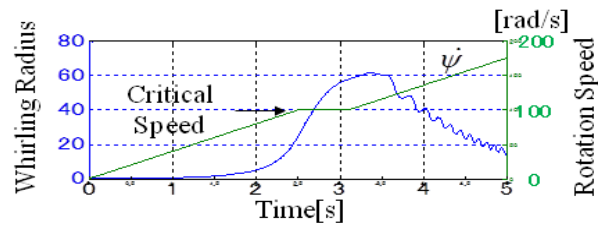


(b) Driving Force on Balancing Balls

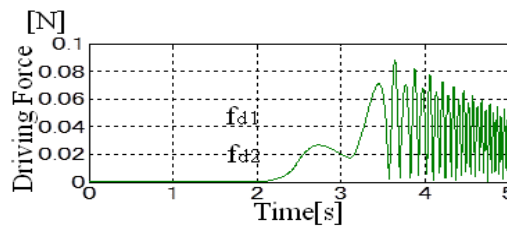


(c) Ball position

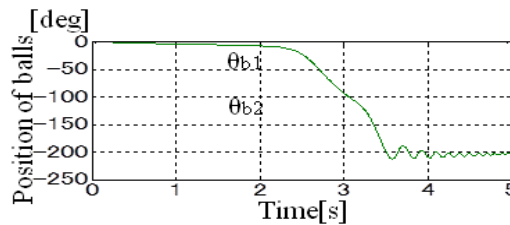
Fig. 4.19 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $2.5 \text{ s} < t_c < 2.9 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

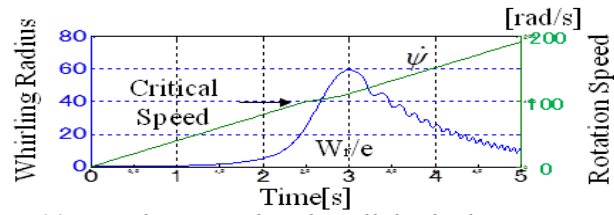


(b) Driving Force on Balancing Balls

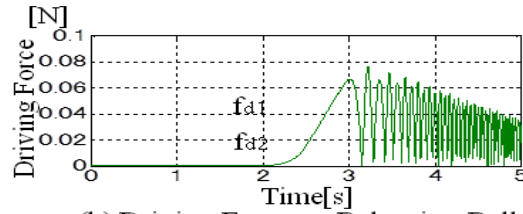


(c) Ball position

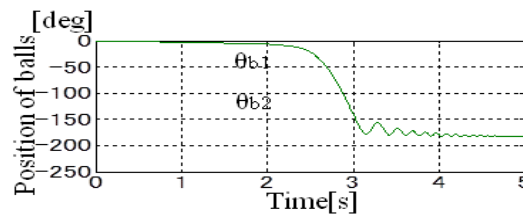
Fig. 4.20 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.1 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

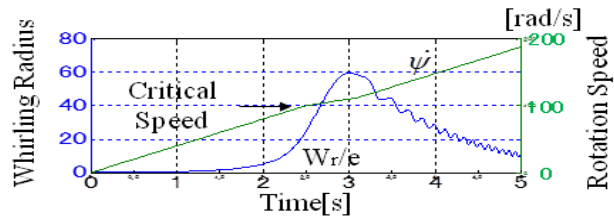


(b) Driving Force on Balancing Balls

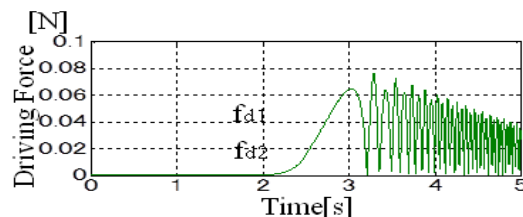


(c) Ball position

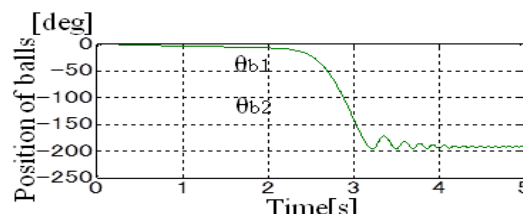
Fig. 4.21 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant acceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 2.9 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force on Balancing Balls



(c) Ball position

Fig. 4.22 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant acceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.1 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

図4. 23は、図4. 19～図4. 22で行ったシミュレーションの結果に加えて、変速期間が0.7秒の場合を同様にシミュレーションを行って、それらの結果をグラフにまとめたものである。横軸に変速期間をとり、縦軸にはボールの位相が-180度に達するまでのセトリング時間を取っている。

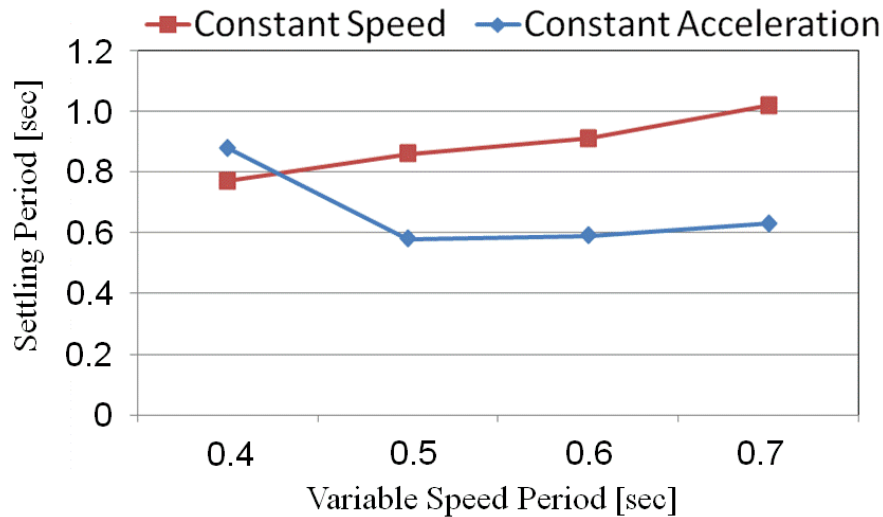


Fig. 4.23 Settling Period vs Constant Period with Rotation Speed Profile in case of constant speed and constant acceleration (Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

図4. 23より、定速の場合は変速期間が0.4秒の 때가最も速くボールが-180度に移動する。また、定加速の場合は変速期間が0.5秒の 때가最も速くボールが-180度に移動する。さらに、変速期間が0.4秒の場合を除いて、定速の場合よりも定加速の場合の方がより速くボールが-180度に移動することが分かる。

この変速期間の最適値は、これまで光ディスク装置を用いて実験的に試行錯誤をして求めていた。その為多くの時間と労力を要していたが、本稿の検討の結果、対象とする光ディスク装置とオートバランスをモデル化することによって、シミュレーションに基づいて推定可能となり、時間と労力を削減することが可能であると言える。

4. 5 一般的な物理パラメータにおける変速期間の設定について

以上の節で行ったシミュレーションは、ある光ディスク装置及びオートバランスを想定して物理パラメータ値を設定して行ってきた。しかし、本論文で述べている内容は、必ずしもこの値に限る訳ではない。

本節では、光ディスク装置及びオートバランスの物理パラメータの条件が変わった場合に、回転速度プロファイルの開始時刻 (t_s)、終了時刻 (t_e)、及び変速期間 ($t_e - t_s$) をどのような考え方に基づいて設定すべきか、について述べる。但し、一般的な数式によって表わすというアプローチは、ここで扱っているモデルに様々な非線形的な条件が含まれていて、簡単にはできないと思われる。よって以下では、本章の最初に設定した物理パラメータ値とそれに対応して求めた変速期間を基準として、各物理パラメータ値が変化した場合に、変速期間をどのように変更すべきか、というアプローチを取る。

なお、ここでは、4. 2節で述べたような変速期間を定速とする場合のみを扱う。4. 3節で述べた変速期間を定加速とする場合は、同様の考え方によって求めることができる。

まず最初に、基準とするデータとして、回転速度プロファイル無しの場合を図4. 24に、回転速度プロファイル有りの場合を図4. 25にそれぞれ示している。

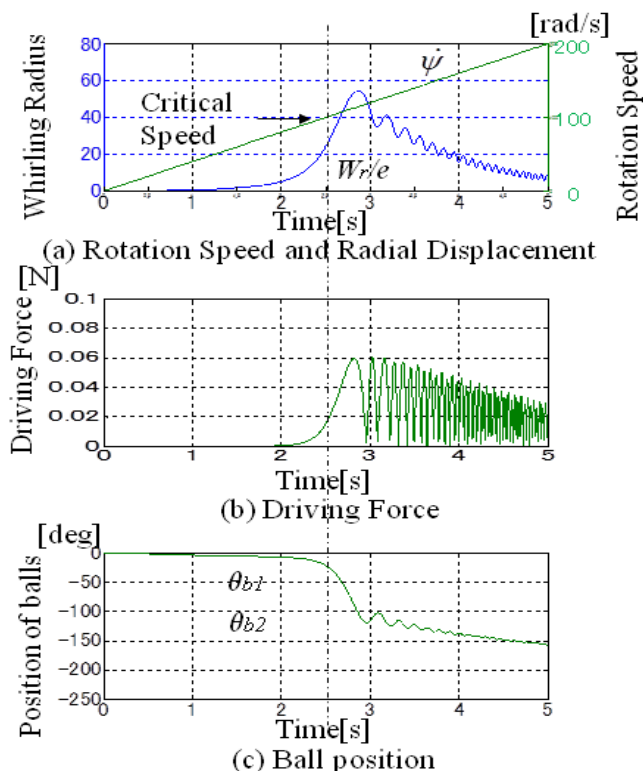


Fig. 4.24 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1} = 0\text{deg}$, $\theta_{b2} = 0\text{deg}$)

$M = 0.1\text{kg}$, $R = 1\text{cm}$, $k = 1000\text{N/m}$, $c = 0.2\text{Ns/m}$, $e = 100\mu\text{m}$, $a = 1\text{mm}$, $m = 1\text{g}$, $\beta_b = 0.000001$, $c_b = 1\text{Ns/m}$

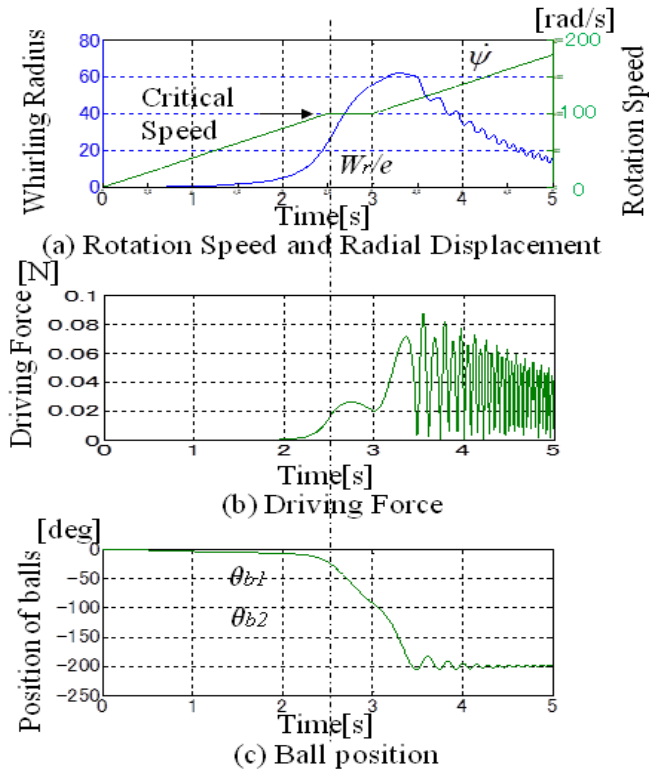


Fig. 4.25 Time histories with Rotation Speed Profile
 (Constant Speed Period $2.5\text{s} < t_c < 3.0\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)
 $M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

①スピンドルモータの質量 M を変化した場合

(回転速度プロファイル無しの場合：図4. 26、回転速度プロファイル有りの場合：図4. 27、図4. 28を参照)

危険速度 ω_n については既に第2章で述べたが、改めて、式(4-1)で表わされる。

$$\omega_n = \sqrt{k/M} \quad (4-1)$$

式(4-1)より、質量 M を大きくすると、危険速度 ω_n は、質量 M の変化率の平方根に反比例して小さくなる。

一方、回転数を徐々に上げていって危険速度 ω_n に達する時刻を、変速期間の開始時刻 t_s として設定する。その為、危険速度 ω_n が小さくなると開始時刻 t_s も小さくなる。従って、変速期間の開始時刻 t_s は、基準となるケースでの値に対して、質量 M の変化率の平方根に反比例して設定される。つまり質量 M を2倍にすれば、開始時刻 t_s は $1/\sqrt{2}$ 倍となる。図4. 26 (a)では、危険速度 ω_n に達する時刻(=変速期間の開始時刻 t_s) は $2.5\text{秒}/\sqrt{2}=1.77\text{秒}$ になっている。また、この場合の規格化振れ回り振幅 W_r/e のピーク値は、図4. 24 (a)と比較すると、約 $1/2$ になっている。その結果、図4. 26 (b)におけるボール移動力 f_{di} のピーク値は、図4. 24 (b)の約 $1/3$ 以下とかなり小さくなっている。

次に、質量 M を大きくする前の変速期間の終了時刻 t_e は、前節で述べたやり方を用いて、基準となる質量 M に対して予め最適化されていると仮定する。その前提で質量 M を大きくした場合に、終了時刻 t_e を、質量 M の変化率の平方根に反比例して求める。つまり質量 M を 2 倍にすれば、終了時刻 t_e は予め最適化されている値の $1/\sqrt{2}$ 倍とする。図 4. 27 (a) では、終了時刻 t_e は $3.0 \text{ 秒}/\sqrt{2}=2.12 \text{ 秒}$ になっている。この場合の規格化振れ回り振幅 W_r/e のピーク値は、図 4. 25 (a) と比較すると約 $2/3$ になっている。一方、図 4. 27 (b) におけるボールの移動力 f_{di} のピーク値は、図 4. 25 (b) の約 $1/3$ しかないので、ボールの移動は -100 度程度で極めて悪い。つまり、オートバランスのバランス効果 (=オートバランスがバランスボールによって偏重心によるアンバランスをキャンセルする効果) が不足している。その為、バランス効果を得るためには、図 4. 28 に示すように、質量 M の変化率に比例してバランスボールの質量 m を (この場合 2 倍に) 大きくすることによって、ボール移動力を増加させる必要がある。

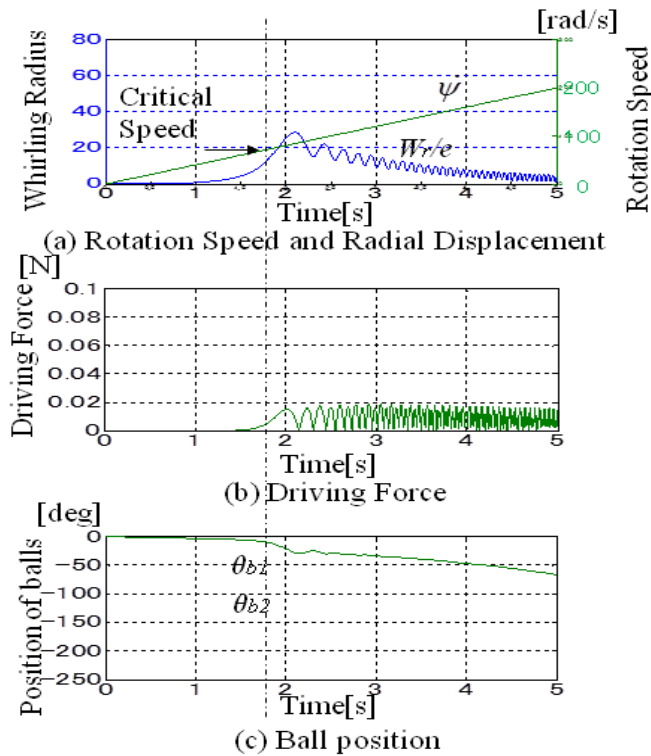


Fig. 4.26 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.2\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$,

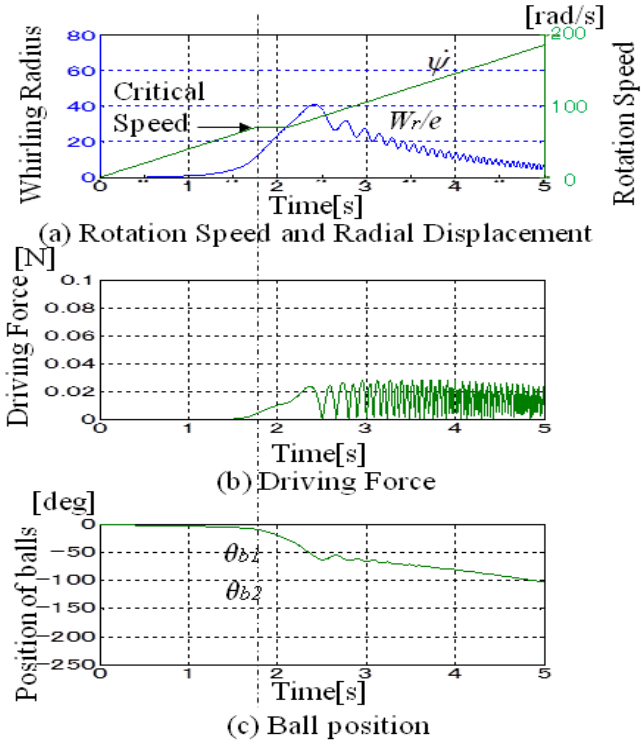


Fig. 4.27 Time histories with Rotation Speed Profile
 (Contant Speed Period $1.77\text{ s} < t_c < 2.12\text{ s}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0\text{deg}$, $\theta_{b2} = 0\text{deg}$)
 $M = 0.2\text{kg}$, $R = 1\text{cm}$, $k = 1000\text{N/m}$, $c = 0.2\text{Ns/m}$, $e = 100\mu\text{m}$, $a = 1\text{mm}$, $m = 1\text{g}$, $\beta_b = 0.000001$,
 $c_b = 1\text{Ns/m}$,

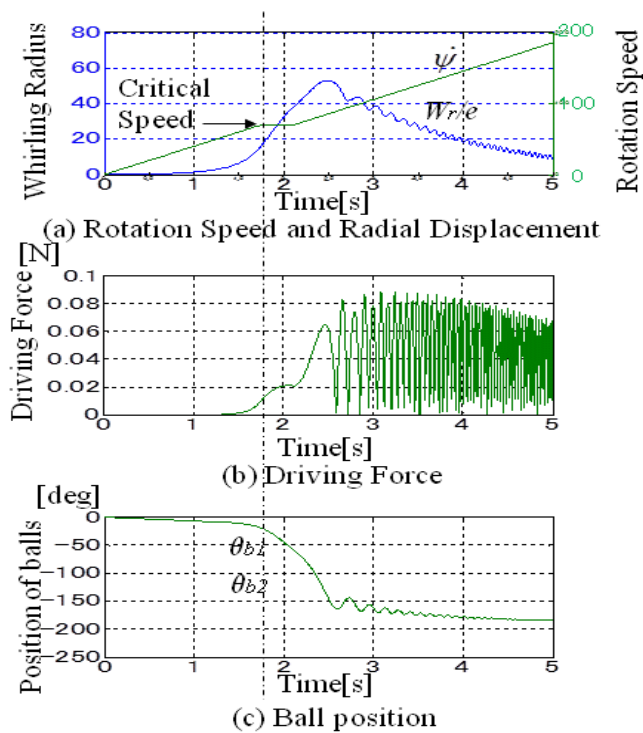


Fig. 4.28 Time histories with Rotation Speed Profile
 (Contant Speed Period $1.77\text{s} < t_c < 2.12\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0\text{deg}$, $\theta_{b2} = 0\text{deg}$)
 $M = 0.2\text{kg}$, $R = 1\text{cm}$, $k = 1000\text{N/m}$, $c = 0.2\text{Ns/m}$, $e = 100\mu\text{m}$, $a = 1\text{mm}$, $m = 2\text{g}$, $\beta_b = 0.000001$,
 $c_b = 1\text{Ns/m}$,

②インシュレーターのバネ k が変化した場合

(回転速度プロファイル無しの場合：図4. 29、回転速度プロファイル有りの場合：図4. 30、図4. 31を参照)

式(4-1)より、バネ k を大きくすると、危険速度 ω_n は、バネ k の変化率の平方根に比例して大きくなる。

従って、変速期間の開始時刻 t_s は、基準となるケースでの値に対して、バネ k の変化率の平方根に比例して設定される。つまりバネ k が2倍になれば、開始時刻 t_s は $\sqrt{2}$ 倍となる。図4. 29(a)では、危険速度 ω_n に達する時刻(=変速期間の開始時刻 t_s)は2.5秒 $\times\sqrt{2}=3.54$ 秒になっている。また、この場合の規格化振り回り振幅 W_r/e のピーク値は、図4. 24(a)の場合と比較すると、約1.1倍になっている。その結果、図4. 29(b)におけるボール移動力 f_{di} のピーク値は、図4. 24(b)の約1.8倍以上とかなり大きくなっている。

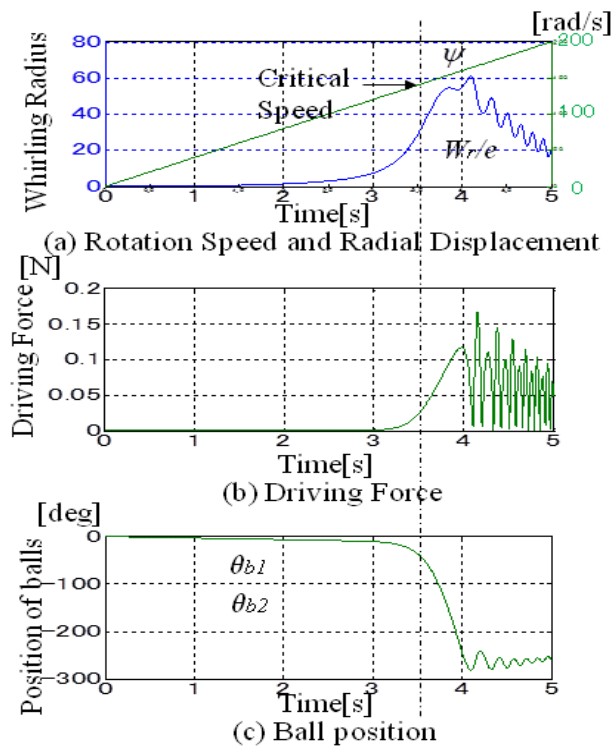


Fig. 4.29 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=2000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

次に、バネ k を大きくする前の変速期間の終了時刻 t_e は、前節で述べたやり方を用いて、基準となるバネ k に対して予め最適化されていると仮定する。その前提でバネ k を大きくした場合に、終了時刻 t_e を、バネ k の変化率の平方根に比例して求める。つまりバネ k を2倍にすれば、終了時刻 t_e は予め最適化されている値の $\sqrt{2}$ 倍とする。図4. 30 (a) では、終了時刻 t_e は $3.0 \text{ 秒} * \sqrt{2} = 4.24 \text{ 秒}$ になっている。この場合の規格化振り回り振幅 W_r/e のピーク値は、図4. 25 (a) とほぼ等しいが、図4. 30 (b) におけるボール移動力 f_{di} のピーク値は、図4. 25 (b) の約1.5倍とかなり大きくなっている。その結果、オートバランスのバランス効果が若干過剰になっている為、ボールの移動は、約-300度となり、-180度よりも位相が回っている。その為、バランス効果を抑えるためには、図4. 31に示すように、バネ k の変化率に反比例してバランスボールの質量 m を（この場合1/2倍に）小さくすることによって、ボール移動力を減少させる必要がある。

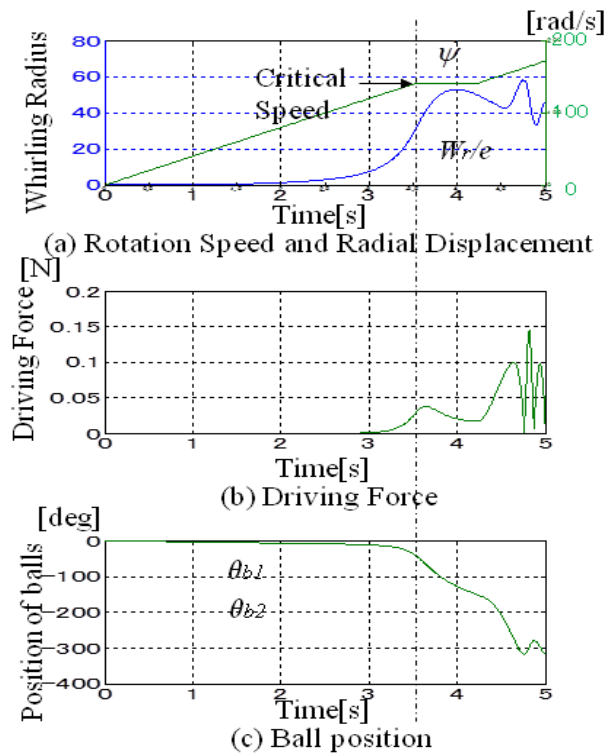


Fig.4.30 Time histories with Rotation Speed Profile
 (Contant Speed Period $3.54\text{s} < t_c < 4.24\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0\text{deg}$, $\theta_{b2} = 0\text{deg}$)
 $M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=2000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

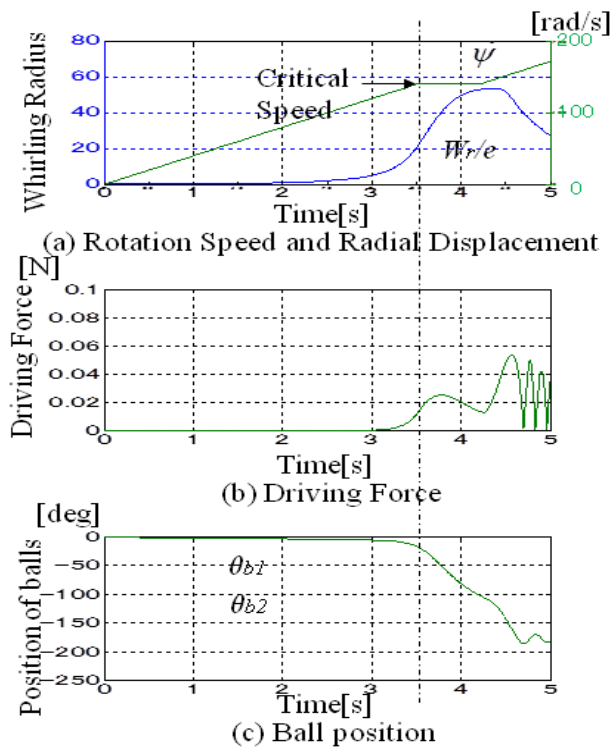


Fig. 4.31 Time histories with Rotation Speed Profile
 (Contant Speed Period $3.54s < t_c < 4.24s$) (Initial Position $\theta_{b1}=0deg, \theta_{b2}=0deg$)
 $M=0.1kg, R=1cm, k=2000N/m, c=0.2Ns/m, e=100\mu m, a=1mm, m=0.5g, \beta_b=0.000001,$
 $c_b=1Ns/m$

次に質量 M とバネ k 以外のパラメータについて述べる。開始時刻 t_s は危険速度のみに依存して決められるので、質量 M とバネ k 以外のパラメータには依存しない。終了時刻 t_e は、各パラメータ毎に以下の様に求められる。

③ローターの半径 R が変化した場合

(回転速度プロファイル無しの場合：図4. 3 2、回転速度プロファイル有りの場合：図4. 3 3を参照)

ローターの半径 R を大きくすると（但し質量 M が同じと仮定する）、オートバランスの振れ回り振幅はそれにほぼ比例して大きくなり、バランスボールに働く力もそれに比例して大きくなる。しかしボールが移動する距離（円周）もそれに比例して大きくなるので、ボールの位相の回り方は半径 R を大きくする前とさほど変わらない。従って、終了時刻 t_e を変える必要はない。

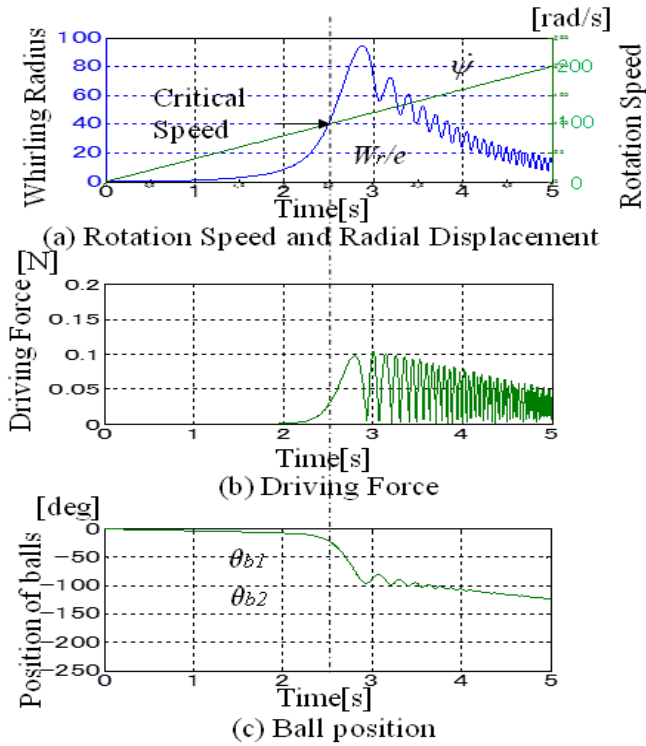


Fig. 4.32 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=2\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$,

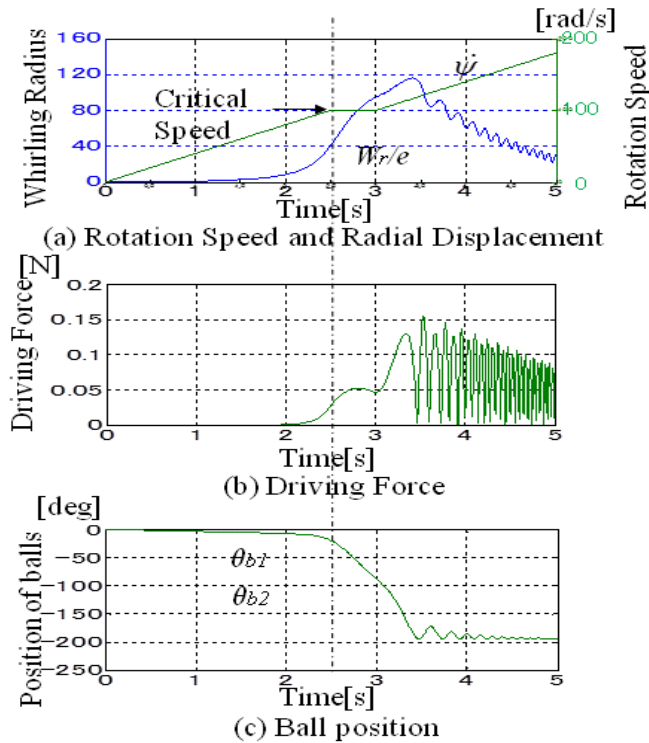


Fig. 4.33 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5\text{s} < t_c < 3.0\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=2\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

④インシュレーターのダンパー c が変化した場合

(回転速度プロファイル無しの場合：図4. 34、回転速度プロファイル有りの場合：図4. 35を参照)

ダンパー c と終了時刻 t_e との関係については、単純な比例関係にはならない。ダンパー c を大きくすると、オートバランスの規格化振れ回り振幅 W_r/e のピーク値が若干小さくなる。ダンパー c を大きくする前と同じ開始時刻 t_s 及び終了時刻 t_e で、ある程度同等のバランス効果は得られるが、厳密にバランス効果を得るためには、終了時刻 t_e の微調整、もしくはバランスボールの質量 m を微調整する必要がある。これらの最適値はシミュレーションによって求めることができる。

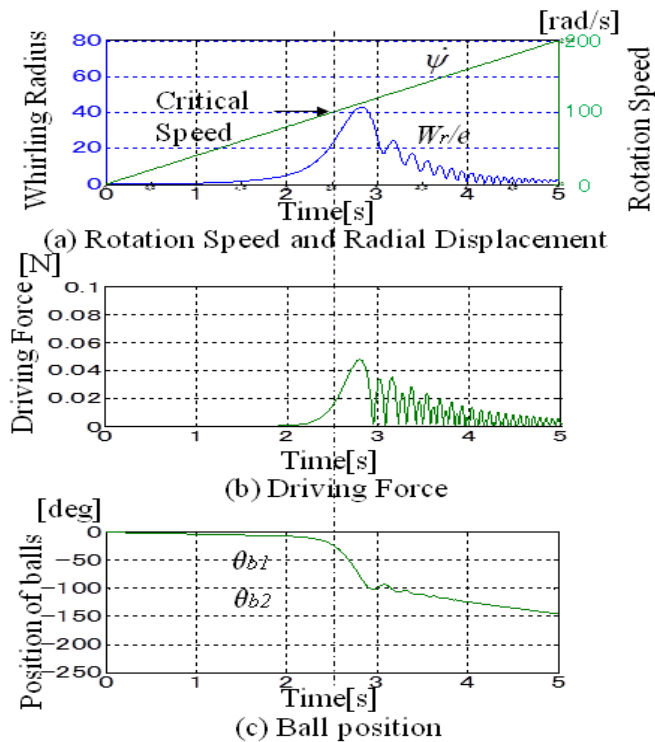


Fig. 4.34 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.4\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

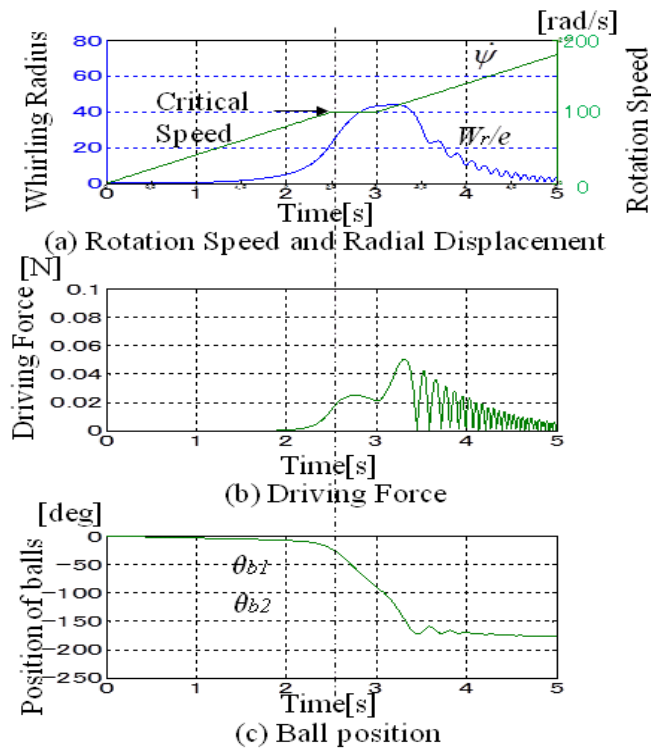


Fig. 4.35 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5s < t_c < 3.0s$) (Initial Position $\theta_{b1}=0deg$, $\theta_{b2}=0deg$)

$M=0.1kg$, $R=1cm$, $k=1000N/m$, $c=0.4Ns/m$, $e=100\mu m$, $a=1mm$, $m=1g$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1Ns/m$

⑤ 偏心率 e が変化した場合

(回転速度プロファイル無しの場合：図4. 36、回転速度プロファイル有りの場合：図4. 37を参照)

偏心率 e を大きく (2倍に) すると、規格化振れ回り振幅 W_r/e のピーク値は小さく (この場合約 33 に) なるが、振れ回り振幅 W_r は約 $33 \times 200 \mu m$ となり、偏心率 e を大きくする前 (約 $53 \times 100 \mu m$) の約 1.3 倍となる。その結果 (図4. 36 (b)) を図4. 24 (b) と比較すると)、ボールの移動力のピーク値も、約 $0.06[N]$ から約 $0.08[N]$ に約 1.3 倍大きくなっているので、(図4. 36 (c)) を図4. 24 (c) と比較すると) ボールの位相回りも若干大きくなっている。その為、偏心率 e を大きくする前と同じ開始時刻 t_s 及び終了時刻 t_e では、若干バランス効果が過剰になっている。この場合も、厳密にバランス効果を得るためには、終了時刻 t_e の微調整、もしくはバランスボールの質量 m を微調整する必要がある。

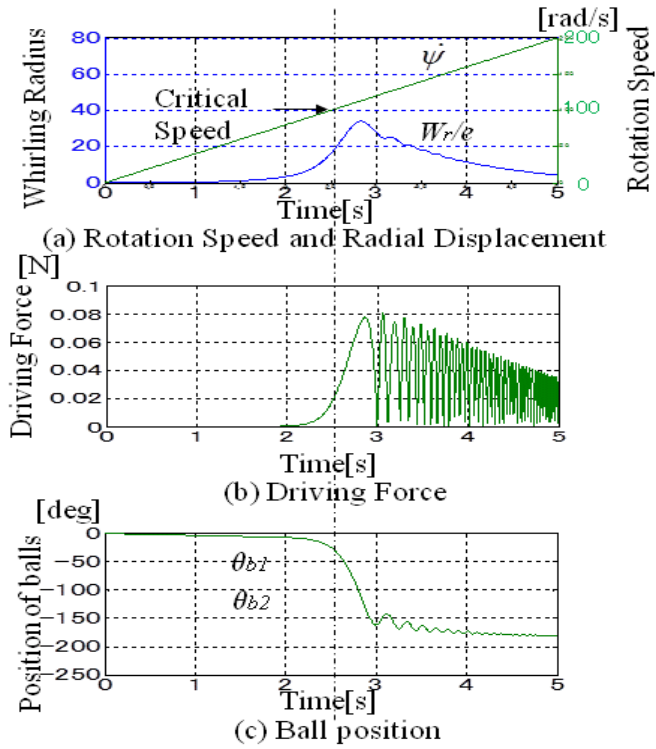


Fig. 4.36 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=200\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

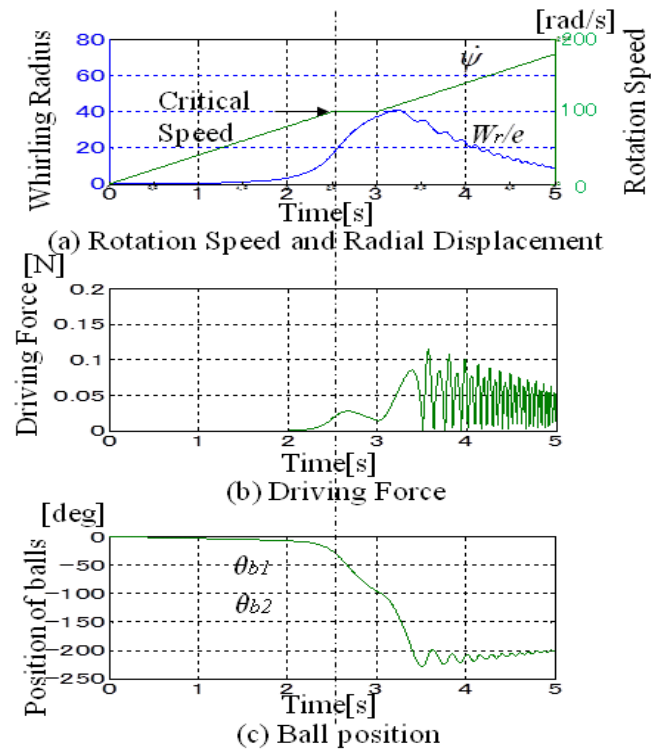


Fig. 4.37 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5\text{s} < t_c < 3.0\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=200\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

⑥ バランスボールの半径 a が変化した場合

(回転速度プロファイル無しの場合：図4. 38、回転速度プロファイル有りの場合：図4. 39を参照)

バランスボールの半径 a については、ボールの質量 m が同じという前提であれば、バランス効果への影響はないので、終了時刻 t_e にも影響しない。

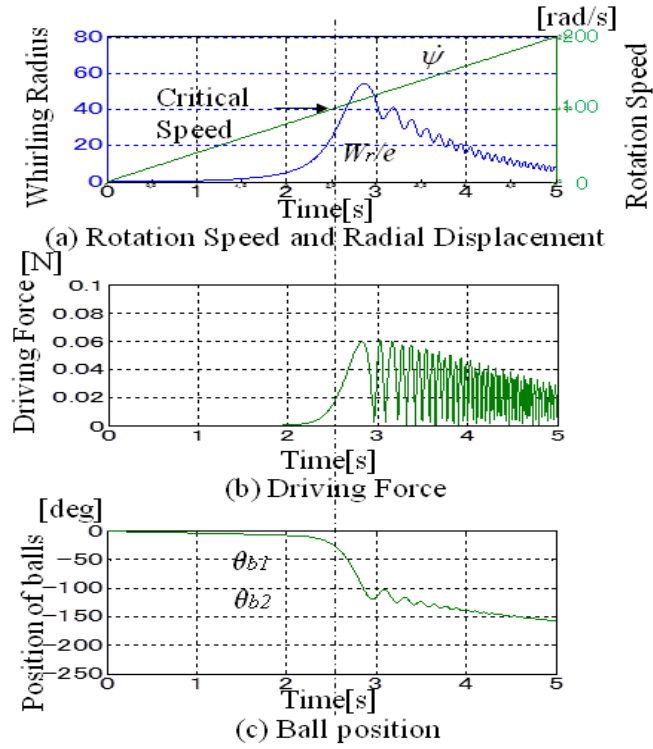


Fig. 4.38 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=2\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

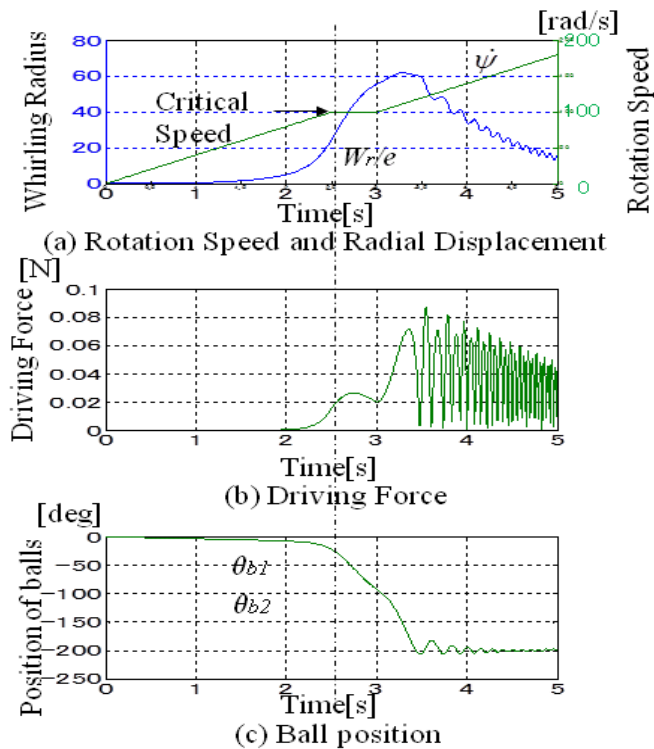


Fig. 4.39 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5s < t_c < 3.0s$) (Initial Position $\theta_{b1}=0deg$, $\theta_{b2}=0deg$)

$M=0.1kg$, $R=1cm$, $k=1000N/m$, $c=0.2Ns/m$, $e=100\mu m$, $a=2mm$, $m=1g$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1Ns/m$

⑦ バランスボールの質量 m が変化した場合

(回転速度プロファイル無しの場合：図4. 40、回転速度プロファイル有りの場合：図4. 41を参照)

バランスボールの質量 m を大きくすると、図4. 24と比較して、規格化振り回り振幅の大きさが約2倍に、ボール移動力も2倍に大きくなる為、ボール位相は-600度まで回ってしまう。この場合は終了時刻 t_e の調整だけでは解消するのは難しく、バランスボールを動きにくくする目的で、粘性抵抗係数を $c_b=4$ とすることで、バランスボールの質量 m を大きくする前と同じ開始時刻 t_s 及び終了時刻 t_e で、同等のバランス効果が得られる。

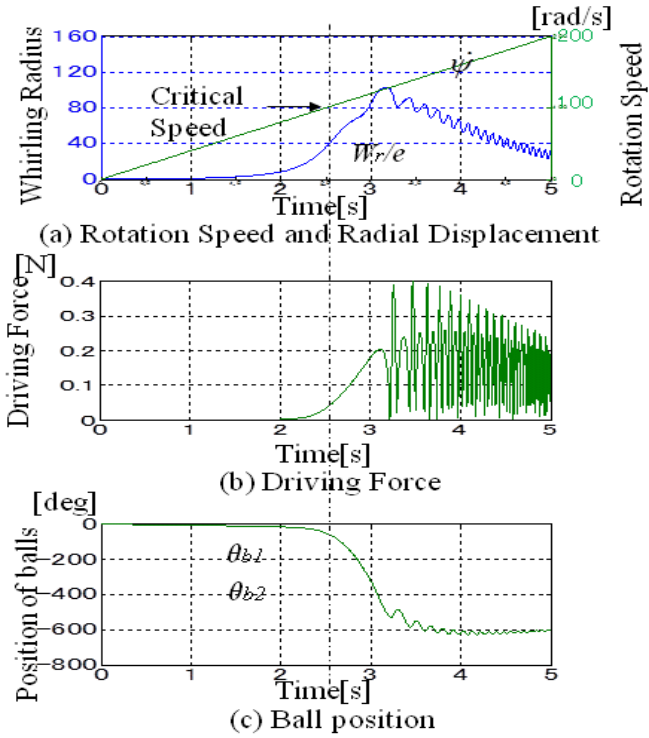


Fig. 4.40 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $\underline{m=2\text{g}}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

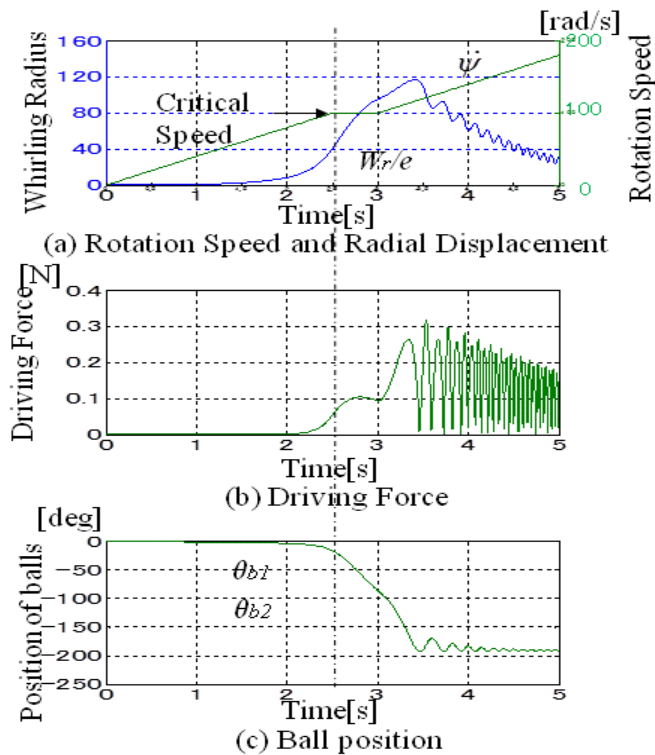


Fig. 4.41 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5\text{s} < t_c < 3.0\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $\underline{m=2\text{g}}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=4\text{Ns/m}$

⑧ボールの摩擦係数 β_b が変化した場合

(回転速度プロファイル無しの場合：図4. 4 2、回転速度プロファイル有りの場合：図4. 4 3を参照)

ボールの摩擦係数 β_b が大きくなると、バランスボールの動きを妨げる。その為、オートバランスのバランス効果が不足する。但し、ここで設定している数値では影響は小さいので、同じ終了時刻 t_e で同等のバランス効果が得られる。

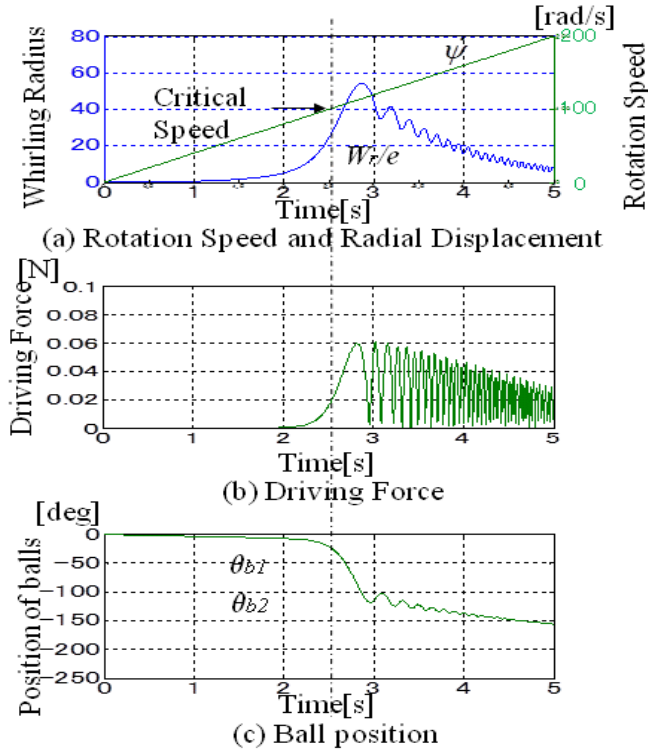


Fig. 4.42 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000002$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

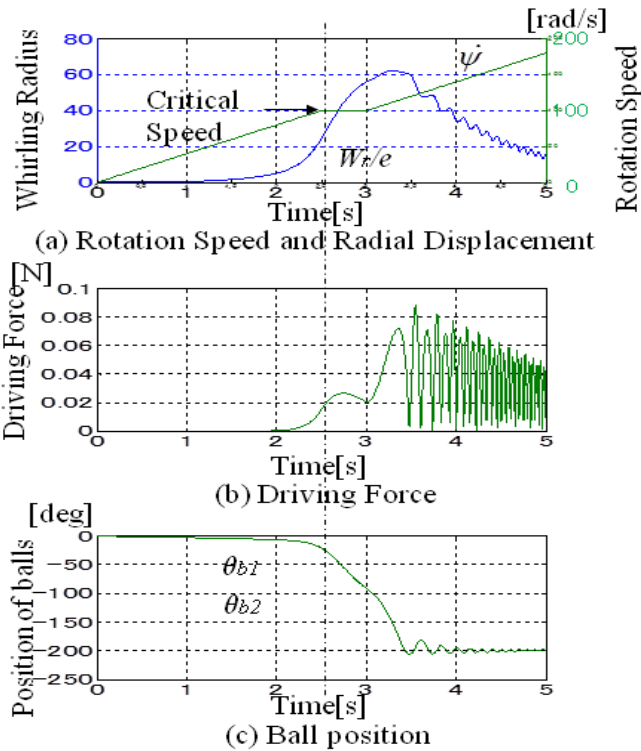


Fig. 4.43 Time histories with Rotation Speed Profile
 (Contant Speed Period $2.5s < t_c < 3.0s$) (Initial Position $\theta_{b1}=0deg, \theta_{b2}=0deg$)
 $M=0.1kg, R=1cm, k=1000N/m, c=0.2Ns/m, e=100\mu m, a=1mm, m=1g, \underline{\beta_b=0.000002},$
 $c_b=1Ns/m$

⑨ボールの粘性抵抗 c_b が変化した場合

(回転速度プロファイル無しの場合：図4.44、回転速度プロファイル有りの場合：図4.45を参照)

ボールの粘性抵抗 c_b を大きくすると、バランスボールの動きを妨げる。その為、オートバランスのバランス効果が不足する。この場合は終了時刻 t_e の調整だけでは解消するのは難しく、ボールの質量 m を約1.3倍にすることで、ボールの粘性抵抗 c_b を大きくする前と同じ開始時刻 t_s 及び終了時刻 t_e で、同等のバランス効果が得られる。

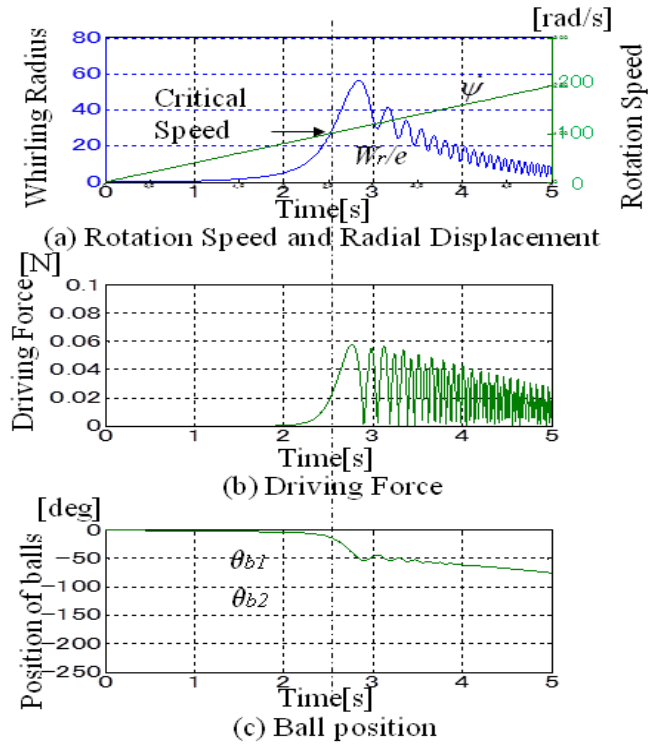


Fig. 4.44 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=2\text{Ns/m}$

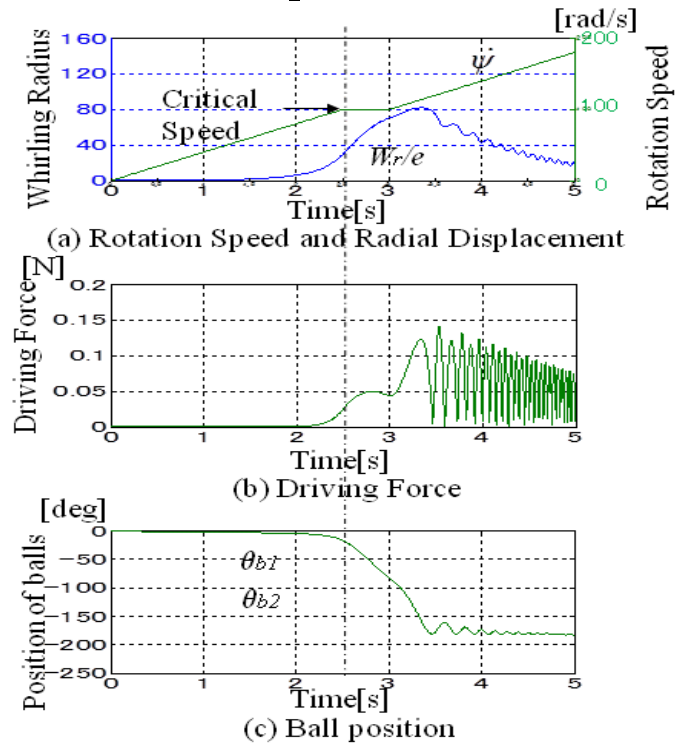


Fig. 4.45 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5\text{s} < t_c < 3.0\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=2\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=2\text{Ns/m}$

第5章 非同期回転低減のためのボール動作の解析

これまで述べてきたように、オートバランスにおいてモーターを危険速度近傍に加速する途中で、バランスボールがモーターと非同期で回転、即ち、バランスボールがモーターと逆方向に公転する場合がある。これを自励解モードと呼び、危険速度近傍における機械的共振に起因する振動、もしくはバランスボールがオートバランスの円環部を公転することに起因する騒音の原因となる。

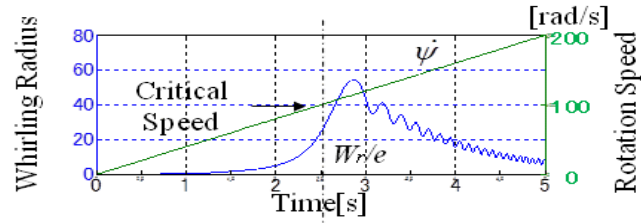
本章では、このバランスボールの非同期回転現象を解析し、その現象を低減するために、第2章で導出した式(2-9)～(2-13)の非定常振動モデルによる運動方程式に対する数値シミュレーションをMATLABを用いて行う。但しパラメータは、第4章と同様、 $M=0.1$ [kg], $k=1000$ [N/m], 偏心 $e=100$ [μm], 危険速度 $\omega_n=100$ [rad/s], $c=0.2$ [Ns/m], $R=0.01$ [m], $m=0.001$ [kg], $c_b=1$ [Ns/m], $\beta_b=0.000001$ である。

5.1 非同期回転シミュレーション

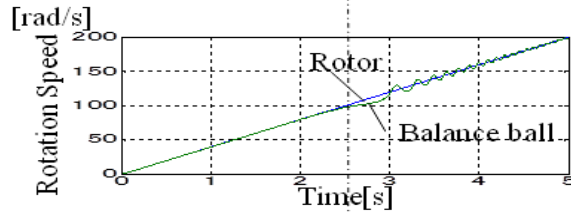
一回転速度プロファイル制御を用いない場合

モーターを停止状態から一定の加速度で定加速、即ち $d\psi/dt=\alpha t$ (加速度 α =一定) で加速する。表示する時間軸の全域で一定加速度で加速した場合のシミュレーション結果を図5.1～図5.3に示している。図の(a)はオートバランスの振れ回り振幅 W_r/e と回転速度 $d\psi/dt$ を示している。振れ回り振幅 W_r を規格化のため偏心 e で割っている。図の(b)はローターの回転速度とバランスボールの回転速度を示している。また、図の(c)はバランスボールの回転位相角 θ_{bi} を示している。ここでは、問題を単純化させるために、2個のバランスボールの初期位置が等しく、また2個のボールが同じ動きをする場合を示している。

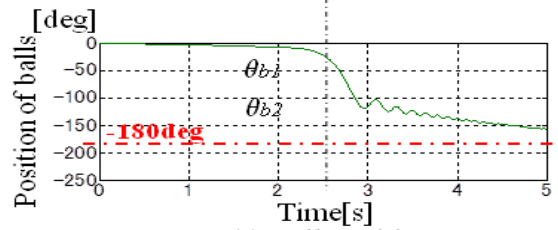
図5.1と図5.2は、いずれも粘性抵抗係数 $c_b=1.0$ の場合である。さらに図5.1は、バランスボールの質量 $m=1$ g の場合であり、図5.2は、 $m=2$ g の場合である。図5.1(b)と図5.2(b)に示すように、ローターが危険速度を通過後、ボールの回転速度はローターの回転速度よりも遅れている。これは、言い換えればボールがローターに対して逆方向に回転していることを意味する。ボールの質量 m が大きい図5.2の方が、図5.1よりもボールの回転速度の遅れが大きくなる。また、危険速度通過後、十分な時間経過後のボール位置は、図5.1(c)では-180度を超えていない。しかし、図5.2(c)では、非同期回転した結果、-180度を大きく超えて、偏重心に対する次のバランス位置である-540度の近くでセトリングしている。なお、偏重心に対するバランス位置は、 ± 180 度の奇数倍に存在する。



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

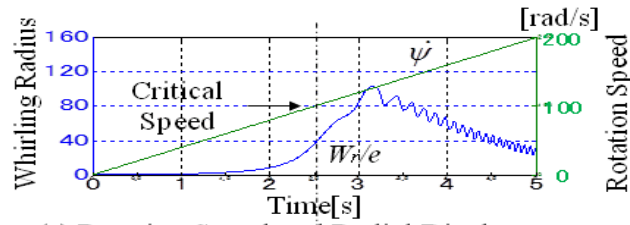


(b) Rotation Speed

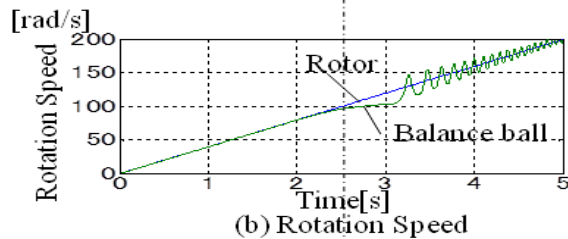


(c) Ball position

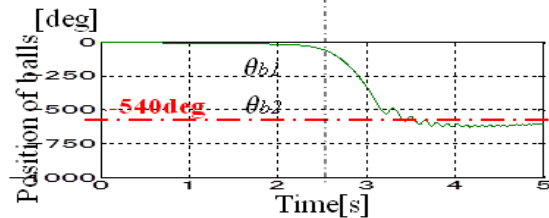
Fig. 5.1 Time histories without Rotation Speed Profile
 ($c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$, $m = 1 \text{ g}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Rotation Speed



(c) Ball position

Fig. 5.2 Time histories without Rotation Speed Profile
 ($c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$, $m = 2 \text{ g}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

図5. 3は、粘性抵抗係数 $c_b = 2.0 \text{ Ns/m}$ 、バランスボールの質量 $m = 2 \text{ g}$ の場合である。図5. 3を図5. 2と比較すると、粘性抵抗係数 c_b が大きくなるとボールが動きにくくなるため、図5. 3 (b) に示すように、ボールの非同期回転が小さくなる。また、図5. 3 (c) に示すように、ボール位置は、 -180 度の近傍である約 -200 度程度に抑えられている。

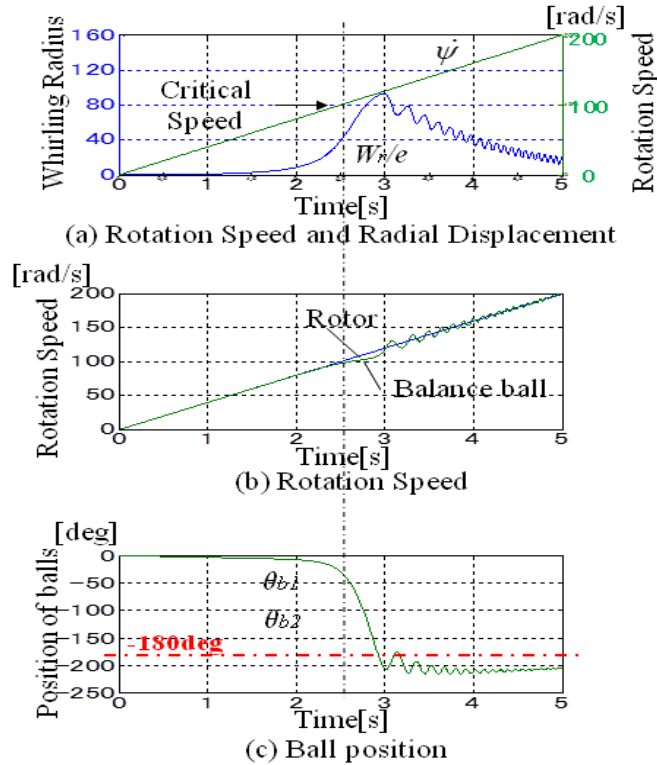


Fig. 5.3 Time histories without Rotation Speed Profile
 $(c_b = 2.0 \text{ Ns/m}, m = 2 \text{ g})$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}, \theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

このように、ボールの質量 m を大きくすることで非同期回転が大きくなる。一方、粘性抵抗係数 c_b を大きくすることで、逆に非同期回転は抑制されることがわかる。

但し、粘性抵抗係数 c_b を大きくするとボールが動きにくくなる。その為、回転速度が危険速度を上回った領域、即ち釣合い解モードで、バランス効果が悪化するというデメリットがある。

図5. 4は、危険速度通過後のバランスボールの位置の時間変化を示す。縦軸は、 -180 度の n 倍 (n =整数) で示している。ボールの質量 m をパラメータとしている。但し、粘性抵抗係数 $c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$ である。図5. 4において、質量 m が大きいほどボールの位置の絶対値は大きくなっている。また、偏重心に対するバランス位置である -180 度の奇数倍の近傍にセtringしている。言うまでもなく質量 m の大きさを 2g よりも大きくすると、ボールのセtring位置の絶対値はさらに大きくなる。

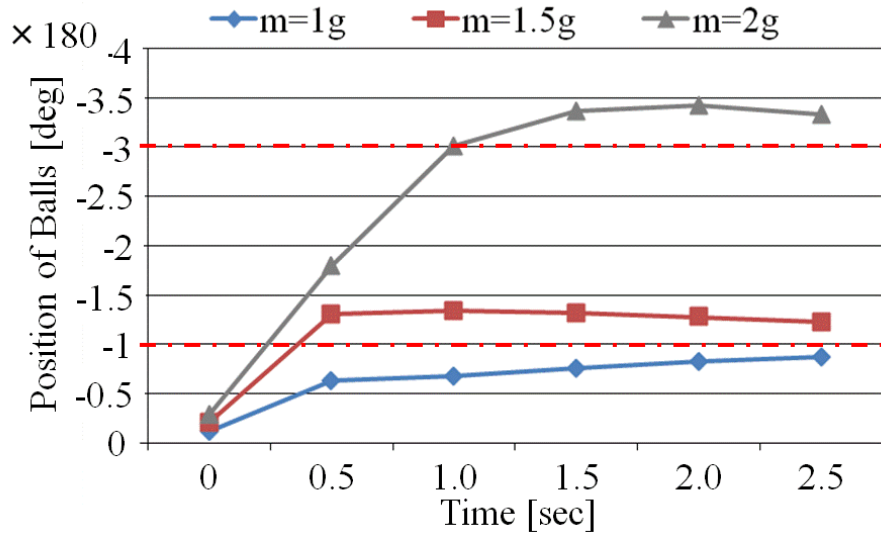


Fig. 5.4 Time histories of Position of Balls without Rotation Speed Profile ($c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

図5. 5は、危険速度通過から2.5秒後のバランスボールの位置を示している。横軸は、粘性抵抗係数 c_b である。縦軸は、図5. 4と同様に、-180度の n 倍で示している。また、ボールの質量 m をパラメータとしている。

図5. 5において、粘性抵抗係数 c_b が大きくなると、ボールが動きにくくなる為、ボールの位置の絶対値は減少する。一方、ボールの質量 m が大きくなると、ボールが動きやすくなる為、ボールの位置の絶対値は増加する。また、図5. 5において、粘性抵抗係数とボール質量を微調整することによって、セトリング後のボール位置（バランス残差）を、-180度の奇数倍の近傍にチューニングすることが可能である。

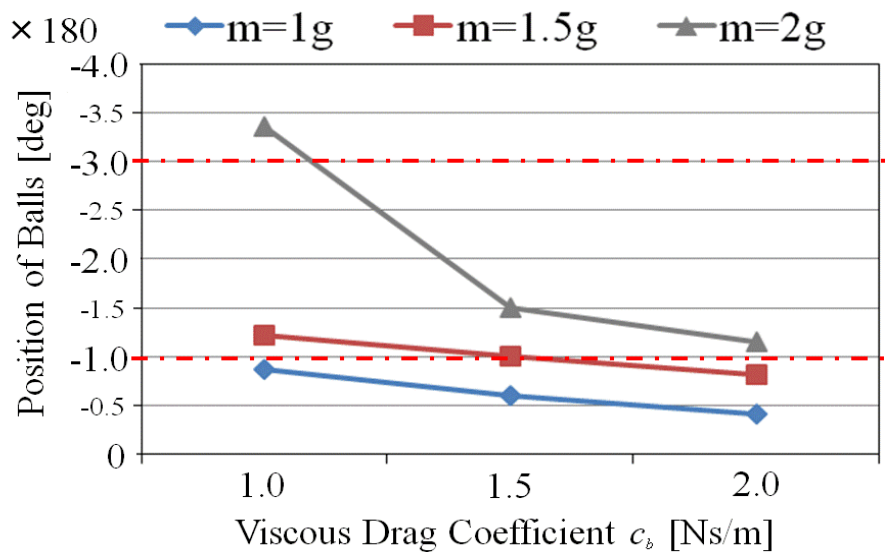


Fig. 5.5 Position of Balls vs Drag Coefficient of Ball without Rotation Speed Profile (2.5 s after passing through Critical Speed) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

図5. 6は、図5. 5と同様に、危険速度通過から2.5秒後のバランスボールの位置を示している。但し、横軸は偏心量 e である。縦軸は、 -180 度の n 倍で示している。図5. 6を見ると、偏心量が変わっても、ボール位置はさほど大きくは変わらないことが分かる。これは、ある偏心量に対して、ボールの質量 m をバランス効果が発揮できる範囲で適切にチューニングしておけば、偏心量が変わってもセtring時間は大きく変化しないことを示している。

なお、ここではオートバランスの重心位置に対する偏心量 e が示されているが、偏重心量として示すには、偏心量 e に $M=0.1\text{kg}$ を掛ける。

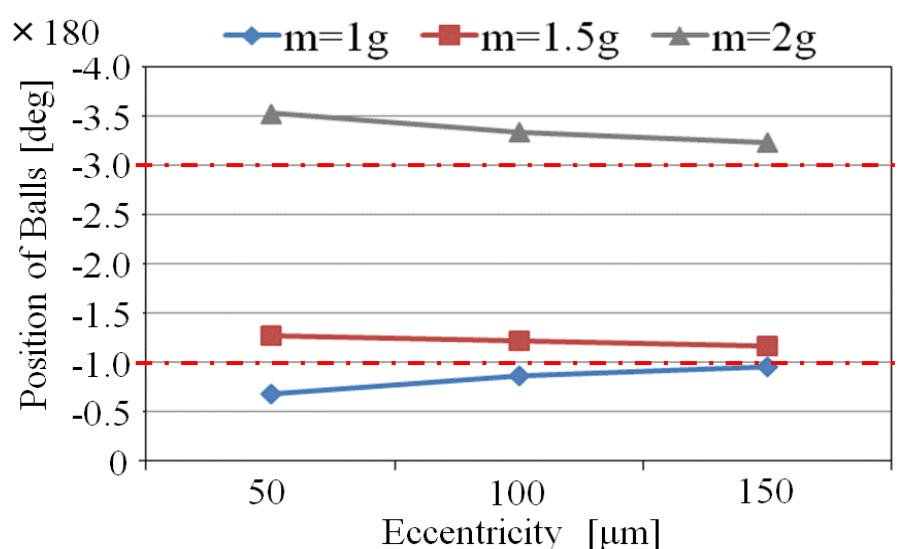


Fig. 5.6 Position of Balls vs Eccentricity of Disc without Rotation Speed Profile
(2.5 s after passing through Critical Speed, $c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$)
(Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

以上のことをまとめると、非同期回転についてシミュレーションに基づいて調べることで、次のことが明らかになった。

- 1) ボールの質量 m を大きくすることで非同期回転が大きくなる。一方、粘性抵抗係数 c_b を大きくすることで、逆に非同期回転は抑制される。
- 2) セtring後のボール位置 (バランス残差) は、粘性抵抗係数とボール質量を微調整することによって、バランス位置である -180 度の奇数倍の近傍にチューニングすることが可能である。

5. 2 非同期回転シミュレーション

—回転速度プロファイル制御を用いた場合—

ここでは、非定常振動モデルによる運動方程式 (2-9) ~ (2-13) に「回転速度プロファイル制御」を適用した場合に、バランスボールの非同期回転の現象にどのような影響を与えるかを検討する。

図 5. 1 (b) ~ 図 5. 3 (b) に示したように、ローターの回転速度が危険速度に達すると、バランスボールは最初はローターの回転とは同期しないが、やがてボールは徐々に回転数を上げながらローター回転数に追従している。

図 5. 7 ~ 図 5. 9 は、それぞれ図 5. 1 ~ 図 5. 3 に対応して、モーターの加速に回転速度プロファイルを適用したものである。但し、プロファイルの変速期間 t_c はいずれも 0.5 秒である。

図 5. 7 を図 5. 1 と比較する。図 5. 1 では、ボールは、危険速度通過後 2.5 秒で約-150 度までしか移動しない。これに対して、図 5. 7 では、ボール位置は、危険速度通過後約 1 秒で約-200 度の近傍にセtringしている。即ち、変速期間を設けることでボールの移動が促進された結果、ボールのセtringが速くなっている。

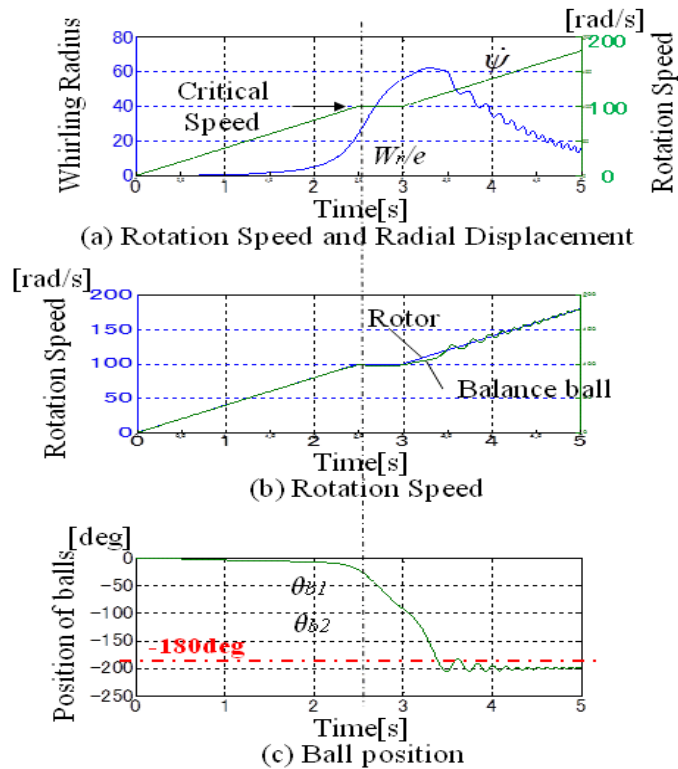


Fig. 5.7 Time histories with Rotation Speed Profile
($c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$, $m = 1 \text{ g}$, $t_c = 0.5 \text{ s}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

次に、図5. 8を図5. 2と比較する。図5. 2では、ボールは、-540度の近傍である約-600度に、約1秒でセtringしている。これに対して、図5. 8では、ボールは、-540度を大きく超え、次の安定位置である-900度に向かっているが、危険速度通過後2.5秒ではセtringしていない。つまりこの場合は、ボールの移動が過剰に促進された結果、ボールのセtringが遅くなっている。

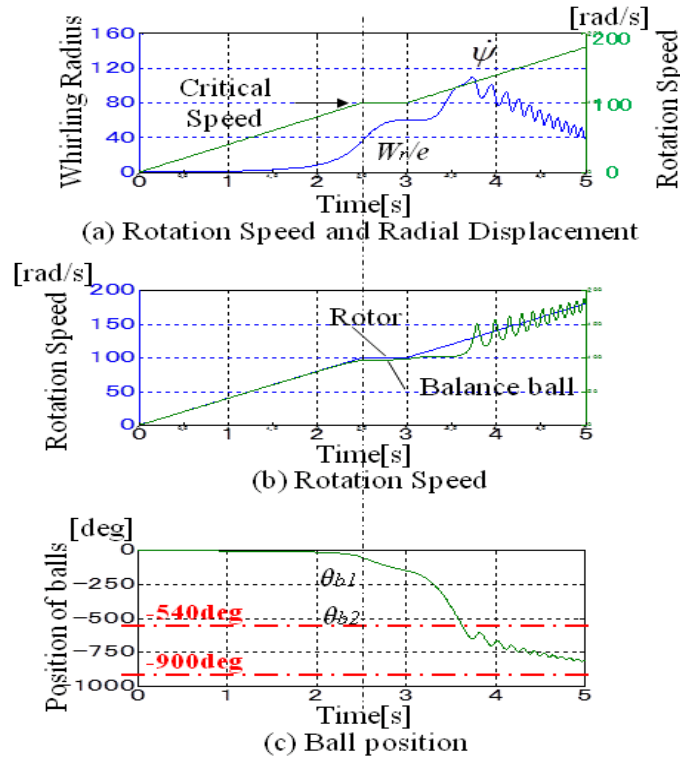


Fig. 5.8 Time histories with Rotation Speed Profile
($c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$, $m = 2 \text{ g}$, $t_c = 0.5 \text{ s}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

また、図5. 9を図5. 3と比較する。図5. 3では、ボールは-180度の近傍である-200度に危険速度通過後約0.5秒でセtringしている。しかし、図5. 9では、ボールは、-180度を大きく超え、約-300度にセtringし、-180度の奇数倍にはセtringしていない。つまりこの場合は、ボールの移動が促進された結果、ボールはアンバランスな位置にセtringしている。

図5. 7 (b) ~ 図5. 9 (b) を見てわかるように、回転速度の変速期間では、バランスボールもローターと同じく定速を維持している。また、変速期間終了後は、バランスボールはローターの速度に追従せずに、非同期回転をする。即ち、回転速度プロファイル制御を適用しても、非同期回転は無くならない。むしろ、変速期間の分だけセtring時間が長くなることがわかる。

また、回転速度プロファイルを適用しない場合と同様に、ボールの質量 m を大きくすることで非同期回転が大きくなる。一方、粘性抵抗係数 c_b を大きくすることで、逆に非同期回転は抑制される。

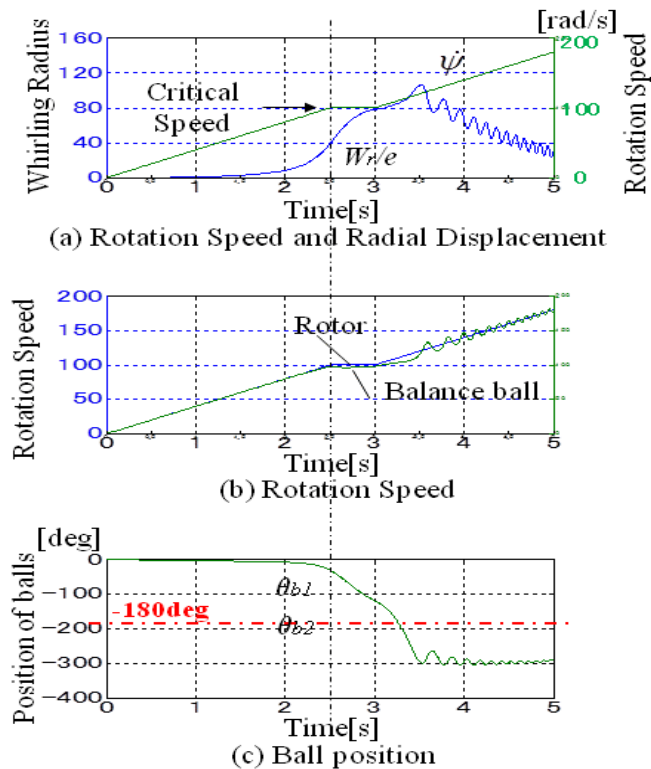


Fig. 5.9 Time histories with Rotation Speed Profile
 ($c_b = 2.0 \text{ Ns/m}$, $m = 2 \text{ g}$, $t_c = 0.5 \text{ s}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

図 5. 10～図 5. 12 は、それぞれ図 5. 4～図 5. 6 に対応して、回転速度プロファイル制御を適用した場合を表わしている。但し、変速期間 t_c はいずれも 0.5 秒である。

図 5. 10 は、危険速度通過後のバランスボールの位置の時間変化を示す。縦軸は、-180 度の n 倍で示している。ボールの質量 m をパラメータとしている。但し、粘性抵抗係数 $c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$ である。図 5. 10 は、図 5. 4 と同様に、質量 m が大きいほどボールの位置の絶対値は大きくなっている。 $m = 1 \text{ g}$ の場合は、ボールは、ほぼ-180 度にセトリングしているが、 $m = 1.5 \text{ g}$ の場合は、アンバランスな位置にセトリングしている。

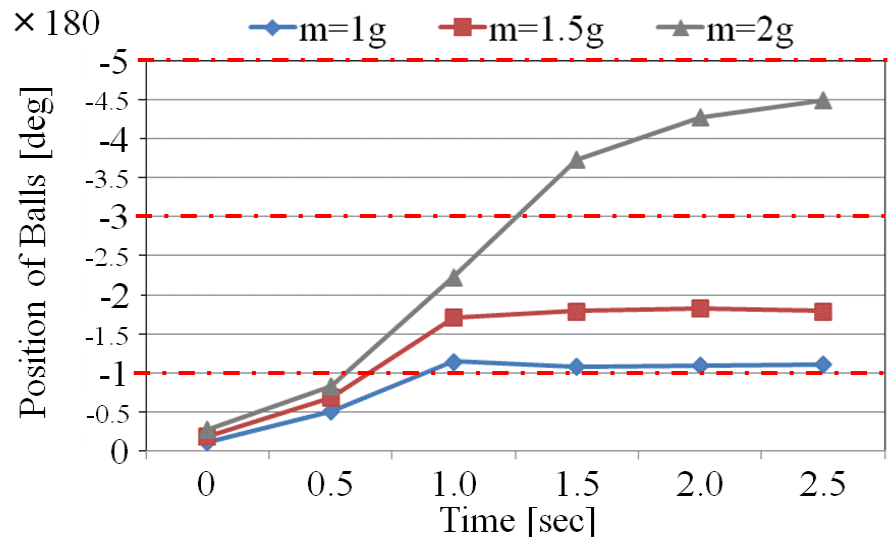


Fig. 5.10 Time histories of Position of Balls with Rotation Speed Profile ($c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$, $t_c = 0.5 \text{ s}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

図5.11は、危険速度通過から2.5秒後のバランスボールの位置を示している。横軸は、粘性抵抗係数 c_b である。縦軸は、図5.10と同様に、 -180 度の n 倍で示している。また、ボールの質量 m をパラメータとしている。図5.11においては、図5.5と同様に、粘性抵抗係数 c_b が大きくなると、ボールが動きにくくなる為、ボールの位置の絶対値が減少する。一方、ボールの質量 m が大きくなると、ボールが動きやすくなる為、ボールの位置の絶対値は増加する。また、図5.11においては、図5.5と同様に、粘性抵抗係数とボール質量を微調整することによって、セtring後のボール位置（バランス残差）を、 -180 度の奇数倍の近傍にチューニングすることが可能である。

図5.12は、図5.6に対して回転速度プロファイルを適用したものである。即ち、危険速度突入から2.5秒後のバランスボールの位置を示している。但し、横軸は偏心量 e である。縦軸は、 -180 度の n 倍で示している。図5.12は、図5.6と同様に、偏心量が変わっても、ボール位置はさほど大きくは変わらないことを示している。但し、図5.12の場合は、図5.6よりもボール質量 m の大きさに関わらず、偏心量の変化に対してボール位置の変化はわずかである。これは、図5.6の場合と同様に、ある偏心量に対してボール質量 m をバランス効果が發揮できる範囲で適切にチューニングしておけば、偏心量が変わってもセtring時間は大きくは変化しないことを示している。なお、回転速度プロファイル制御方式の場合の方が、偏心量の変化に対するセtringの安定性は高い。

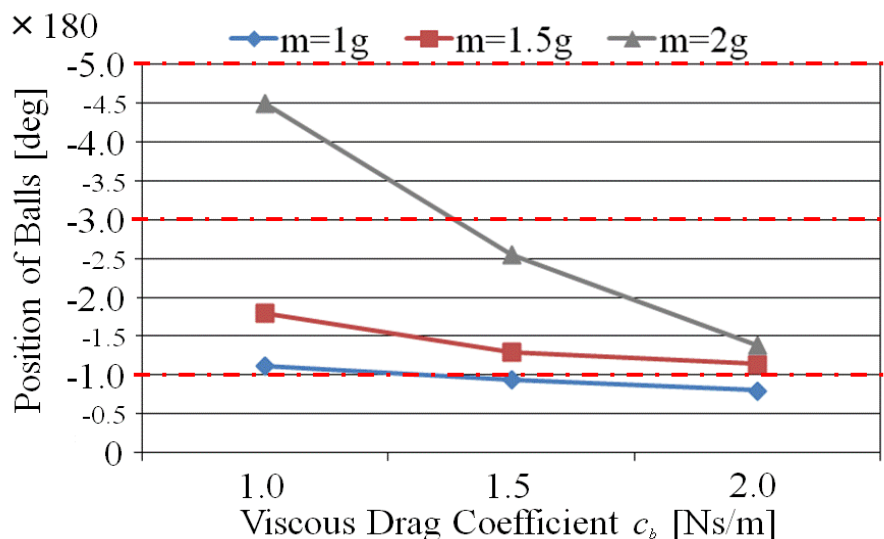


Fig. 5.11 Position of Balls vs Drag Coefficient of Ball with Rotation Speed Profile (2.5 s after passing through Critical Speed) ($t_c = 0.5$ s) (Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

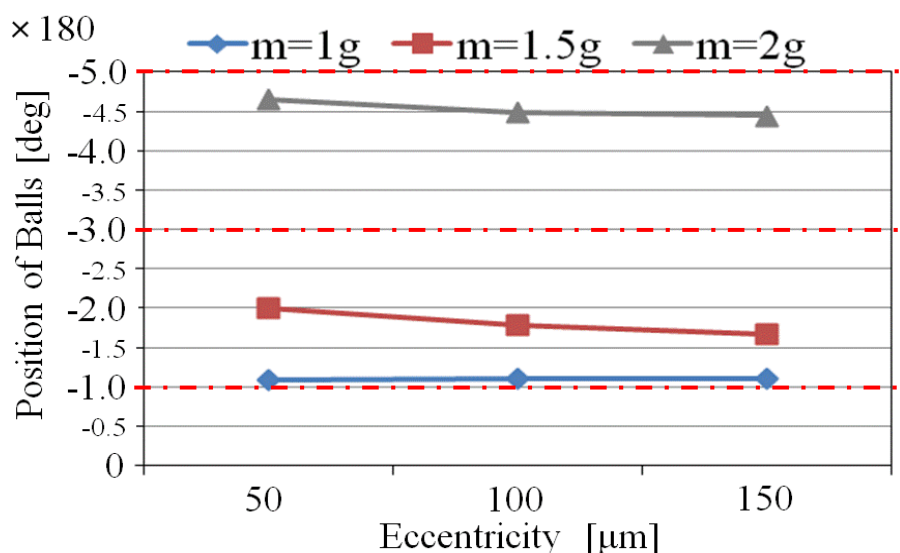


Fig. 5.12 Position of Balls vs Eccentricity of Disc with Rotation Speed Profile (2.5 s after passing through Critical Speed, $c_b = 1.0$ Ns/m) (Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

以上のことをまとめると、回転速度プロファイル制御を採用することによる効果は、以下ようになる。

- 1) 非同期回転は無くならないが、危険速度通過後のバランスボールの移動が促進される。
- 2) その結果、セtringが速くなる場合がある。その一方で、セtring時間が変速期間の分だけ長くなる場合もある。
- 3) 偏心量の変化に対するセtringの安定性がより高くなる。

第6章 解析結果を検証するための実験

本章では、第4章で行ったバランス残差低減のためのボール動作の解析、並びに第5章で行った非同期回転低減のためのボール動作の解析に関して、オートバランスを搭載した光ディスク装置を用いた実験によって検証する。

6.1 光ディスク装置を用いた実験装置の構成

図6.1は、実験に用いた光ディスク装置を上面から見た写真である。中央付近に光ピックアップユニットがあり、その左側にある黒い円形状をしているものが光ディスクを装着するターンテーブルである。スピンドルモーターはその裏側に隠れて見えていないが、ターンテーブルの中心軸と同軸に接続されている。スピンドルモーターは、四角形状をした金属製のベースプレートに固着されており、ベースプレートはその四隅に備えられたインシュレーターを介して、黒い樹脂性の筐体に装着されている。



Fig.6.1 Photograph of the Optical Disc Drive

図6.2は、実験装置の概要を示している。振動を検知するピックアップを、ベースプレート上のスピンドルモータの近くに配置する。検知する方向はベースプレートに対して水平方向と垂直方向の2方向としている。モータの加速・減速に対応して、回転数をモニターする。

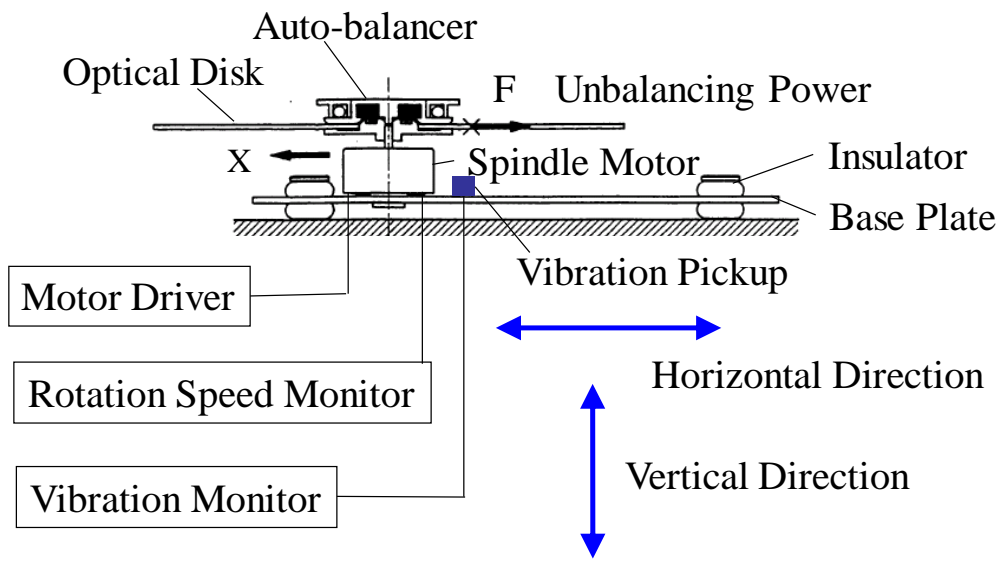


Fig. 6.2 Block Diagram of the experimental Setup

6. 2 光ディスク装置を用いた検証実験

まず最初に、第4章の解析結果に関する検証実験について述べる。なお、バランスボールのバランス残差を示すボールの動きを、実験で精度良く把握することは、機械的なばらつきの影響の為困難である。従って実験では、バランス残差が解消された結果として振動が抑制されることを示す。

図6. 3及び図6. 4は、光ディスク装置を図6. 2に示すように水平に設置し、0.3gcmの偏重心を有する光ディスクを装着して、8000rpmで回転させた場合の水平方向と垂直方向の振動振幅を示している。ただし、振動振幅は10回の実験値の平均値を取っている。なお、ここで使用したオートバランスは、バランスボールが5個の場合であり、それらのトータルの等価アンバランス量は0.33gcmである。

図6. 3 (a)は、オートバランス無し（即ち、w/o A-B）の場合であり、スピンドルモータは静止状態から8000rpmまで一定加速度で加速した場合を示している。図6. 3 (b)は、オートバランス有り（即ち、w/A-B）の場合であり、加速の仕方は(a)と同じ場合である。図6. 3 (c)は、オートバランス有り（即ち、w/A-B）の場合であるが、加速途中の2500rpmで0.5秒の変速期間を設けた場合である。この2500rpmというのは、危険速度2300rpmの近傍に設定している。実験の結果は、オートバランス有りの場合はオートバランス無しの場合よりも、振動振幅が水平方向も垂直方向も小さくなっている。さらに、オートバランス有り（即ち、w/A-B）の場合に、加速途中に変速期間を設けた場合は、変速期間を設けない場合よりも振動振幅が水平方向も垂直方向も小さくなっている。

なお、図6. 3 (c)の実験においては、回転速度プロファイルの変速期間としては、0.5秒間の定速としている。ここで、0.5秒間の定加速にしたとしても、-180度の位置にボールを移動させるという効果は同様に得ることが可能である。

上記の結果について、実験結果とシミュレーション結果を対応させると、第4章における図4. 1の結果が図6. 3 (b)に相当し、図4. 7の結果が図6. 3 (c)に相当する。

図6. 4は、オートバランス有り（即ち、w/A-B）の場合の振動振幅を示している。モータを加速する際に途中で変速期間（但し、一定速度とする）を設けるが、その際の回転数を3通りで変えた場合を比較している。変速期間を危険速度（約2300 rpm）に近い回転数2500 rpmで設けた場合（即ち、図6. 4 (a)の場合）は、振動振幅はこの3通りの内で最も小さい値になる。この場合は、バランスボールの位相角は、図4. 7に示した様に、直ちに-180度に移動しているものと推定される。

一方、変速期間を危険速度よりも小さい回転数2000 rpmで設けた場合（即ち、図6. 4 (b)の場合）は、振動振幅はこの3通りの内で最も大きい値になる。

この場合は、バランスボールの位相角は、図4. 1 3に示した様に、-180 度の位置に移動していないものと推定され、その為バランス残差は改善されない。

変速期間を危険速度よりも大きい回転数 3000 rpm で設けた場合（即ち、図6. 4 (c) の場合）は、振動振幅は図6. 4 (a) の場合よりも大きい値になる。この場合も、バランスボールの位相角は、図4. 1 4に示した様に、-180 度に移動していないものと推定され、その為バランス残差は改善されない。

なお、図6. 4の実験においては、回転速度プロファイルの変速期間としては、0.5 秒間の定速としている。ここで、0.5 秒間の定加速にしたとしても、-180 度の位置にボールを移動させるという効果は同様に得ることが可能である。

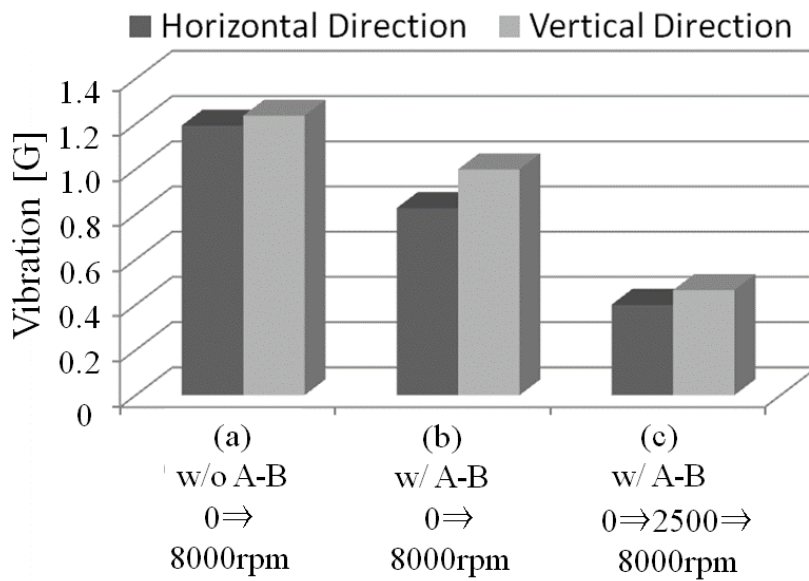


Fig. 6.3 Experimental Result of Vibration Amplitude (1)

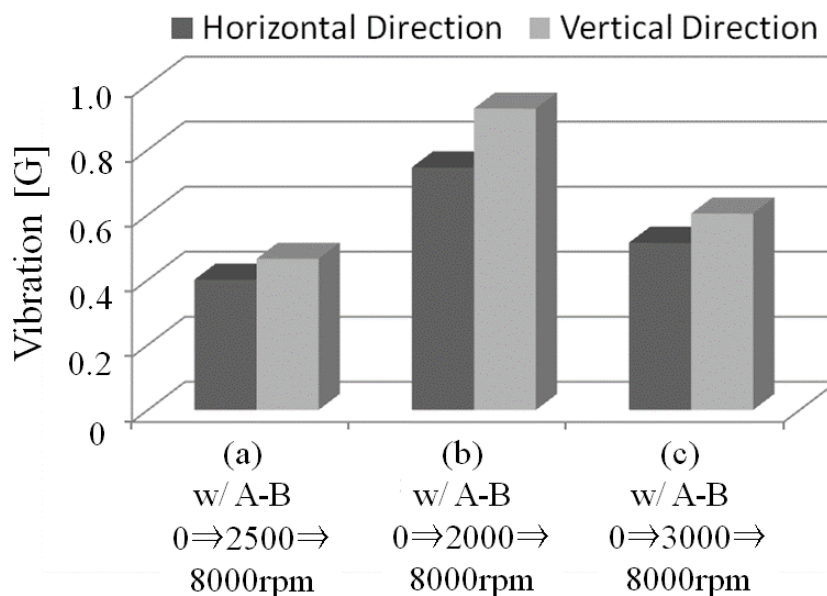


Fig. 6.4 Experimental Result of Vibration Amplitude (2)

次に、第5章の解析結果に関する検証実験について述べる。なお、バランスボールの非同期回転現象を示すボールの動きを、実験で精度良く把握することは、機械的なばらつきの影響の為、困難である。従って実験では、非同期回転現象が解消された結果として振動が抑制されることを示す。

図6. 5は、オートバランス有りの場合（即ち、w/ A-B）とオートバランス無しの場合（即ち、w/o A-B）の水平方向の振動振幅の周波数特性であり、光ディスク装置は水平方向に設置されている。オートバランス有り（w/ A-B）の場合の実験では、光ディスク装置の起動シーケンスにおいて、モータを加速する際の回転速度プロファイルで2500rpm（危険速度（2300rpm）よりもわずかに高い回転数）に達した時点で変速期間（一定速度とする）を設けた。

危険速度よりも高い周波数領域でオートバランスによる振動抑制効果が見られる。即ち、オートバランス有りの場合の振動振幅は、ほぼ全ての周波数領域において、特に危険速度以上において、オートバランス無しの場合よりも小さくなっている。

なお、図6. 5において、振動振幅がピークとなる回転数（約2300 rpm）は、この光ディスク装置におけるスピンドルモーター、ベースプレート、インシュレータによって決まる系の危険速度を示している。

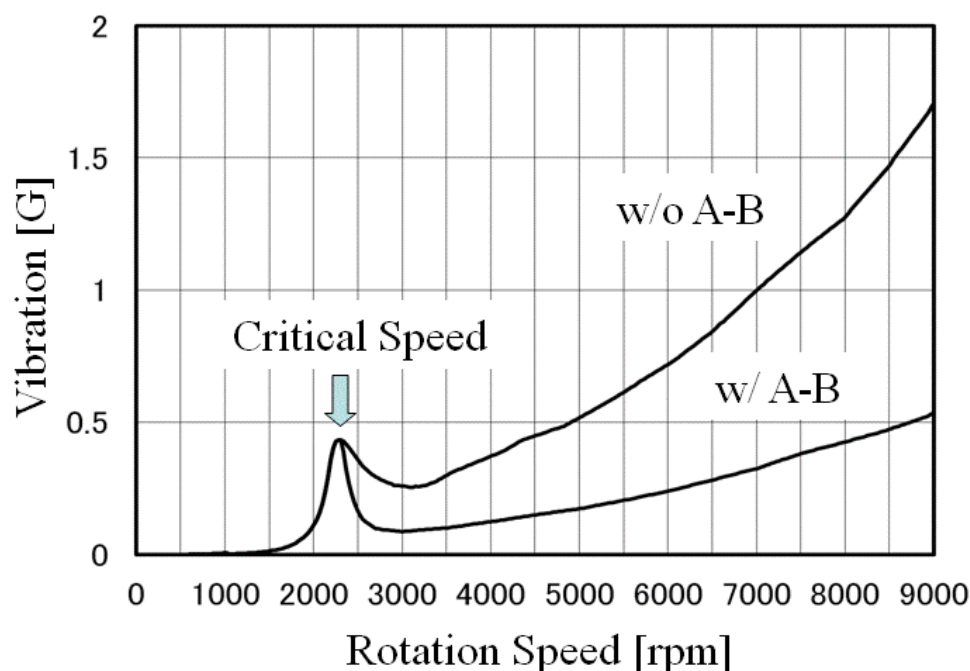


Fig.6.5 Frequency Response of Vibration Amplitude

図6. 6は、オートバランスを備えた光ディスク装置を水平方向に設置した場合の水平方向の振動振幅を示している。実験でのディスク回転数は6000 rpmである。横軸はディスクの偏重心量である。計測は10回行い、図ではその平均値を表示している。また、図ではオートバランス無しの場合（w/o Auto-balancer）とオー

トバランス有りの場合を示している。さらにオートバランス有りの場合には、速度プロファイル制御無しの場合 (w/o Profile) と速度プロファイル制御有りの場合 (w/ Profile) を示している。

図 6. 6 において、偏重心量が 0.1 gcm の場合と 0.25 gcm の場合を比較すると、オートバランスの有無に関係なく、どの場合も振動振幅は大きくは変わらない。これに対して、第 5 章において示した様に、シミュレーションでは、オートバランス有りの場合に、バランスボールの位置は、偏重心量の大きさに関わらず、ほぼ同等の大きさにセトリングしている。(即ち、図 5. 6 の結果が、図 6. 6 の速度プロファイル制御無しの場合 (w/o Profile) に相当し、図 5. 12 の結果が、図 6. 6 の速度プロファイル制御有りの場合 (w/ Profile) に相当する。)

図 6. 6 で、偏重心量が 0.5 gcm の場合だけ振動振幅が大きくなる。特にオートバランス無しの場合は振動振幅が極めて大きくなる。これは、スピンドルモータを含むベースプレートを支持するインシュレータの設定の問題と推定される。一方、オートバランス有りの場合については、偏重心量が大きい為、バランスボールの質量でキャンセルできる限界を超えているものと思われる。

また、シミュレーションの結果が実験と異なる原因としては、次の要因が考えられる。即ち、シミュレーションでは解析を単純化させるために、バランスボールを 2 個で行っている。さらに、シミュレーションでは、ボール同士の衝突を想定していない。これに対して実験では、バランスボールを 5 個としている為、ボールの位置が分散してバランス効果が悪化している可能性がある。このようなボール同士の衝突やボール数を 3 個以上にした場合の解析が今後の課題と言える。

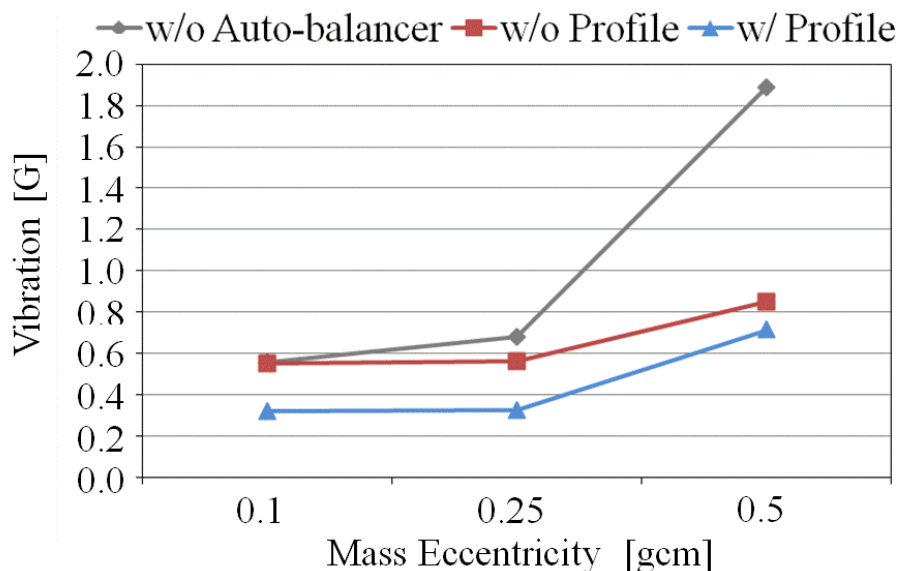


Fig. 6.6 Experimental Result of Vibration Amplitude (3)
(Disc Rotation Speed = 6000 rpm)

第7章 本論文の結論

本論文は7章から構成されている。以下のように結論を述べる。

第1章は、序論であり、論文のあらまし、本研究の意義と背景を述べた。

第2章では、オートバランスの構成について述べ、モデル化を行った。さらに、そのモデルに基づいて、非定常振動モードで運動方程式を導出した。

第3章では、バランス残差を低減する方法について論じた。回転速度プロファイル制御方式は、モータの加速途中において、危険速度を通過する速度において変速期間を設けることで、バランス性能を向上させることを目的としている。

第4章では、導出された運動方程式に対して、加速途中のオートバランスの動作を MATLAB シミュレーションツールを用いて、様々な条件で時間軸シミュレーションを行った。変速期間、即ち開始時刻と終了時刻とプロファイル形状をパラメータとして網羅的にシミュレーションを行い、回転速度プロファイルの変速期間の最適な条件を探究した。また、ボールの移動力によって残差が解消されることを示した。

第5章では、導出された運動方程式に対して、危険速度通過時の非同期回転低減の為にボール動作を、MATLAB シミュレーションツールを用いて、様々な条件で時間軸シミュレーションを行った。また、非同期回転を低減する為に回転速度プロファイル制御方式がどういった効果を及ぼすかについて確認した。

第6章では、オートバランスを搭載した光ディスク装置を用いた実験を行い、振動振幅が低減されることを確認した。

本学位論文の目的は、オートバランスのバランスボールのバランス残差を低減して振動抑制性能を向上するために、より最適な回転速度プロファイルの条件を求めることにあり、そのために危険速度通過時のボール動作を詳しく解析した。即ち、オートバランスの運動方程式を非定常振動モードでモデリングし、オートバランス加速時の時間軸シミュレーションを行った。非定常振動モードの場合、定常振動モードでのモデリングよりも扱う数式は複雑になるが、PC 技術の進歩もあり過去に比べて高価なマシンを用いずとも比較的簡易にシミュレーションが可能になった。これにより、従来実験でしか確認できなかったボールの動きを、ばらつきに影響されることなくシミュレーションで再現することが可能となった。

また、加速時に回転速度プロファイルを用いることでバランスボールの移動を促進させるという新たな手法において、回転速度プロファイルの変速期間における開始時刻と終了時刻とプロファイル形状をパラメータとして網羅的にシミュレーションすることにより、バランス残差を低減するための最適な条件を探った。その際にボールの移動力を考慮することで、残差が解消できる根拠を示すという新たな手法も導入した。これにより、危険速度よりも高い速度領域でのバランスボールのバランス残差をなくすことで、優れた振動抑制効果が得られる。また、バランス機構の変更をすることなく、制御方式のパラメータ調整によって改善効果が得られる。

加えて、より最適な変速期間の条件を求めることによって、ボールを目標位置へ短時間で移動させることができ、また、シミュレーションで求めることで実験による試行錯誤が不要になった。

また、新規なアプローチとして、オートバランスの危険速度通過時におけるバランスボールの動作をシミュレーションにより解析することで、非同期回転の発生を低減する為の条件を定量的に示した。また、非同期回転を低減する為に、回転速度プロファイル制御が及ぼす効果を明らかにした。即ち、バランスボールの非同期回転動作を解析することによって、危険速度突入時、通過時、通過後のバランスボールの動きをトータルで把握し、非同期回転低減のメカニズムを明らかにした。なおここでも、危険速度通過時のボール動作を詳しく解析する為に、オートバランスの運動方程式を非定常振動モードでモデリングし、MATLAB を用いてスピンドルモータ加速時の時間軸シミュレーションを行った。

さらに具体的に言えば、バランスボールの質量と粘性抵抗係数をパラメータとしてシミュレーションすることにより、非同期回転を低減するための条件を探った。即ち、ボールの質量を大きくすることで非同期回転が大きくなる。一方、粘性抵抗係数を大きくすることで、逆に非同期回転は抑制される。また、オートバランスを加速した際に、セトリング後のボール位置（バランス残差）は、粘性抵抗係数とボール質量を調整することによって、 -180 度の奇数倍のバランス（安定）位置近傍にチューニングすることが可能である。

また、一般的な傾向として、回転速度プロファイル制御を用いることにより、危険速度通過後のバランスボールの移動が促進されることが示された。ただし、バランスボールが -180 度の奇数倍のバランス（安定）位置へセトリングしないケースや、セトリング時間が変速期間の分だけ長くなるというケースがあった。しかしその一方で、回転速度プロファイル制御を用いることにより、バランスボールが極端な非同期回転を発生することもなくバランス（安定）位置へより速やかにセトリングするというケースも確認された。これは回転速度プロファイル制御を用いることによる大きなメリットであると言える。今のところ、このケースは、シミュレーションでは、ボール質量 $m=1\text{g}$ 、粘性抵抗係数 $c_b=1.0\text{Ns/m}$ という物理パラメータの条件について確認したが、この条件はピンポイントで決まる訳ではなく、ある幅を持っていると思われ、それを明らかにすることは今後の研究課題の一つとしたい。

さらに、バランス残差低減のためのボール動作の解析、並びに非同期回転低減のためのボール動作の解析に関して、その効果をオートバランスを搭載した光ディスク装置を用いて実験で検証した。但し、実験では、シミュレーションと同様にボールの動きを確認することはばらつきがあるために一様性を欠き困難であり、結果として振動が低減していることで確認を行った。なお、本論文では有効性の検証のために光ディスク装置を用いたが、オートバランスが同様のモデルで表わされる範疇であれば、どのような装置に用いた場合にも有効である。その

ためにもモデリングの際には、最もシンプルなモデルを用いた。なお、他の装置について具体的には、従来の適用事例からあげるとすれば、遠心分離装置、グラインダなどの工作機械や大型の建設機械が想定される。

本学位論文の基礎となった文献

- (1) Reduction Method of Residual Balancing Error on Auto-balancer Mechanism
The Society of Instrument and Control Engineers,
Journal of Control, Measurement and System Integration Vol. 7, No.3, 2014 に掲載決定

- (2) Motion Analysis of Balancing Balls of Auto-Balancer for Reducing Error
in Passing Critical Speed
The Japan Society of Mechanical Engineers,
Journal of System Design and Dynamics Vol. 7, No.4, 2013 に掲載

- (3) Analysis of Balancing Balls of Auto-balancer for Reducing Non-synchronous Motion
in Passing Critical Speed
The Society of Instrument and Control Engineers,
Journal of Control, Measurement and System Integration (2014) で査読中

謝辞

本研究をまとめるにあたって、有益なるご助言とご指導をいただいた、京都工芸繊維大学大学院工芸科学研究科黒江康明教授に深甚の謝意を表します。また、本論文に関して貴重なご指導をいただいた京都工芸繊維大学大学院工芸科学研究科曾根彰教授、野田実教授ならびに飯間等准教授に謝意を表します。

また、京都工芸繊維大学大学院工芸科学研究科博士後期課程の1年次にご指導をいただいた森武宏元教授ならびに在学中参考文献の分析を始め研究活動で様々ご指導ならびにご支援をいただいた森禎弘准教授に深い謝意を表します。

この研究の第6章の実験による検証において、光ディスク装置での実験データを提供いただくとともに、オートバランスの様々な課題と対策について貴重な助言・示唆をいただき、本研究の基礎となった論文の校正に協力いただいたパナソニック株式会社AVCネットワークス社仲昭行氏に心からの感謝の意を表します。

本研究を京都工芸繊維大学大学院において始めるきっかけをつくっていただき終始激励をいただいた株式会社メディカルITコンサルティング取締役(元パナソニックヘルスケア社顧問) 今中良一博士に深い感謝を表します。

付録A 運動方程式の導出過程について

運動方程式 (2-9) ~ (2-13) は、以下のようにして導出する。
 なお、混乱を避けるため、本文中とは異なる式番号及び図番号を用いる。

A. 1 ラグランジュの運動方程式

一般に、ラグランジュの運動方程式は式 (A-1) のように表わされる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} = u_k(t) \quad (\text{A-1})$$

但し、 $L = T - V$: ラグランジアン、 T : 運動エネルギー、 V : ポテンシャルエネルギー、 F : 散逸関数、 q_k : 一般化座標、 $u_k(t)$: 一般化力

A. 2 運動エネルギー項の導出

図A-1に示すオートバランサーのモデルにおいて、運動エネルギー T は、式 (A-2) のようになる。

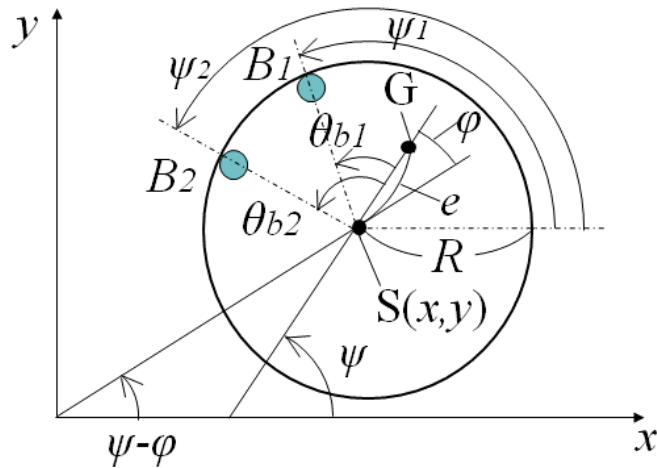


Fig. A-1 Modelling of Auto-balancer

$$\begin{aligned} T = & \frac{M_0}{2} \left\{ (\dot{x} - e\dot{\psi} \sin \psi)^2 + (\dot{y} + e\dot{\psi} \cos \psi)^2 \right\} + \frac{I_G}{2} \dot{\psi}^2 \\ & + \frac{m}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ (\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \right\} + \frac{I}{2} \frac{R^2}{a^2} \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

但し、 M_0 : ローターの質量、 I_G : ローターの慣性モーメント、 R : ローターの半径、 m : ボールの質量、 I : ボールの慣性モーメント、 a : ボールの半径

式 (A-2) において、第1項は、質点 G におけるローターの運動エネルギーである。第2項は、ローターを剛体と見なした場合の運動エネルギーである。第3項は、バランスボールの質点における運動エネルギーである。第4項は、バランスボールを剛体と見なした場合の運動エネルギーである。

なお、式 (A-2) の第1項は、次の様にして求められる。

まず、ローター質点 G の座標は次の様に表わされる。

$$(x + e \cos \psi, y + e \sin \psi) \quad (\text{A-2-1})$$

質点 G の x-y 座標軸に対する速度 v_G は、次の様にして求められる。

$$v_G^2 = \left\{ \frac{d}{dt}(x + e \cos \psi) \right\}^2 + \left\{ \frac{d}{dt}(y + e \sin \psi) \right\}^2 = (\dot{x} - e \dot{\psi} \sin \psi)^2 + (\dot{y} + e \dot{\psi} \cos \psi)^2 \quad (\text{A-2-2})$$

従って、ローターの質点 G が x-y 座標の原点に対して振れ回り回転する際の運動エネルギーは、次式のようにになる。

$$\frac{M_0}{2} \left\{ (\dot{x} - e \dot{\psi} \sin \psi)^2 + (\dot{y} + e \dot{\psi} \cos \psi)^2 \right\} \quad (\text{A-2-3})$$

また、式 (A-2) の第3項は、次の様にして求められる。

ボールの質点の座標は次の様になる。

$$(x + R \cos \psi_i, y + R \sin \psi_i) \quad (i=1,2) \quad (\text{A-2-4})$$

ボールの質点の x-y 座標軸に対する速度 v_{bi} は、次の様にして求められる。

$$v_{bi}^2 = \left\{ \frac{d}{dt}(x + R \cos \psi_i) \right\}^2 + \left\{ \frac{d}{dt}(y + R \sin \psi_i) \right\}^2 \quad (i=1,2) \quad (\text{A-2-5})$$

$$= (\dot{x} - R \dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R \dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2$$

従って、ボールの質点がローターの外周に沿って公転する際の運動エネルギーは、次式のようにになる。

$$\frac{m}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ (\dot{x} - R \dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R \dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \right\} \quad (\text{A-2-6})$$

また、式 (A-2) の第4項は、次の様にして求められる。

ボールのローターに対する接線方向の相対速度 v_{br} は、次の様になる。

$$v_{br} = R \dot{\theta}_{bi} = R(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (\text{A-2-7})$$

ボールがローターの外周に沿って滑ることなく回転する時、その回転角速度 ω_{br} は、

$$\omega_{br} = \frac{v_{br}}{a} = \frac{R}{a}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (\text{A-2-8})$$

従って、ボールがローター外周を公転する際に自転する場合の運動エネルギーは、次式のようにになる。

$$\frac{I}{2} \omega_{br}^2 = \frac{I R^2}{2 a^2} (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \quad (\text{A-2-9})$$

A. 3 ポテンシャルエネルギー項の導出

次に、ポテンシャルエネルギー V は、式 (A-3) のようになる。但し、 x - y 平面は水平面と一致しているため、重力は考慮しないものとする。

$$V = \frac{k}{2} (x^2 + y^2) \quad (\text{A-3})$$

A. 4 散逸関数項の導出

散逸関数 F は、式 (A-4) のようになる。

$$F = \frac{c}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{c_b}{2} R^2 \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \quad (\text{A-4})$$

式 (A-4) において、第1項は、ローターを支えるインシュレーターの粘性抵抗による散逸関数を示し、第2項はボールの粘性抵抗による散逸関数である。

式 (A-4) の第2項は、ボールのローターに対する相対速度 v_{br} より、次の様にして求められる。

$$\frac{c_b}{2} \sum_{i=1}^2 v_{br}^2 = \frac{c_b}{2} \sum_{i=1}^2 (R \dot{\theta}_{bi})^2 = \frac{c_b}{2} R^2 \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \quad (\text{A-4-1})$$

A. 5 ラグランジュの運動方程式の導出

一般化座標を、 x, y, ψ_i とした場合のラグランジュの運動方程式は式 (A-5) ~ (A-7) のようになる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (\text{A-5})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} = 0 \quad (\text{A-6})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\psi}_i} = u(t) \quad (i=1, 2) \quad (\text{A-7})$$

式 (A-7) において、一般化力 $u(t)$ は、式 (A-8) に示すようになる。

$$u(t) = \frac{R}{a} I \ddot{\psi} - m R \frac{\beta_b}{a} (R \dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (i=1, 2) \quad (\text{A-8})$$

式 (A-8) において第1項は、ボールの回転トルクを示し、第2項は、ボールにかかる摩擦力を示す。

また、 $\text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi})$ は、ボールとローターとの相対速度 $(\dot{\psi}_i - \dot{\psi})$ の符号を示す。

A. 6 一般化力の導出

式 (A-8) の第1項は、次の様にして求められる。

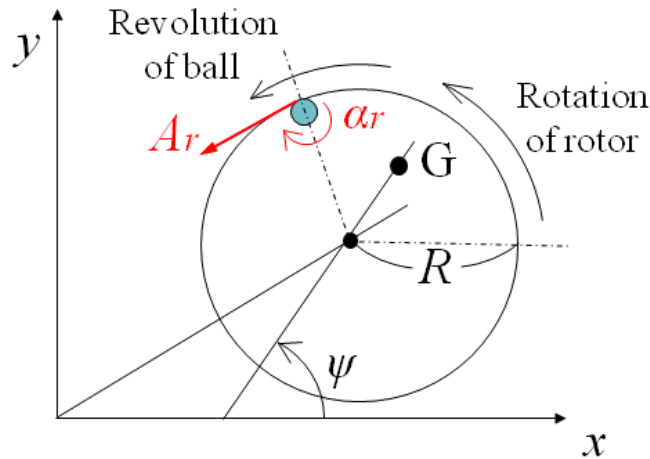


Fig. A-2 Rotational torque applied to the balance ball

図A-2に示すように、ローターが回転する際のボールとローターとの接点における接線加速度 A_r は、

$$A_r = R\ddot{\psi} \quad (\text{A-8-1})$$

ローターが回転することによって、ボールにかかる回転加速度 α_r は、

$$\alpha_r = \frac{A_r}{a} = \frac{R}{a}\ddot{\psi} \quad (\text{A-8-2})$$

従って、ローターが回転することによって、ボールにかかる回転トルクは、次式のようなになる。

$$I\alpha_r = I\frac{R}{a}\ddot{\psi} \quad (\text{A-8-3})$$

また、式 (A-8) の第2項は、次の様にして求められる。

図A-3に示すように、ボールにかかる遠心力 E_b は、ボールがローター外周を公転することによる遠心力 E_{bs} とローターが振れ回ることによって外周壁面がボールに及ぼす抗力 N_r との差である。

$$E_{bs} = mR\dot{\psi}_i^2 \quad (\text{A-8-4})$$

$$N_r = m(\ddot{x} \cos \psi_i + \ddot{y} \sin \psi_i) \quad (\text{A-8-5})$$

$$E_b = E_{bs} - N_r = m(R\dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \quad (\text{A-8-6})$$

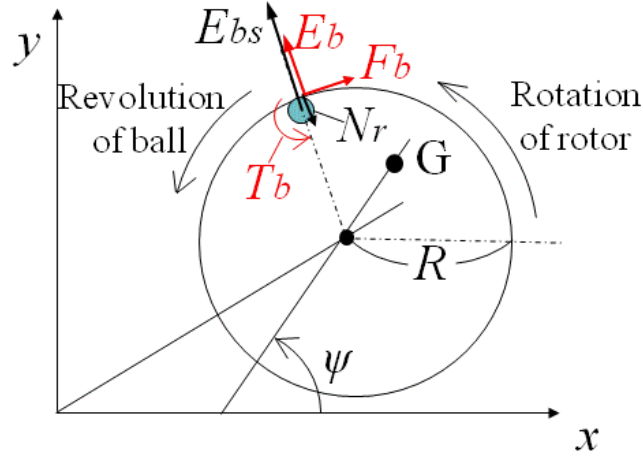


Fig. A-3 Friction torque applied to the balance ball

ローターの外周壁面からボールにかかる抗力は $-E_b$ なので、ロータの外周壁面からボールにかかる転がり摩擦力 F_b は、

$$F_b = -\beta_b \frac{E_b}{a} = -m \frac{\beta_b}{a} (R\dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (\text{A-8-7})$$

ローターの外周壁面による摩擦トルク T_b は、

$$T_b = F_b R = -mR \frac{\beta_b}{a} (R\dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (\text{A-8-8})$$

A. 7 運動方程式 (A-9) ~ (A-11) の導出

式 (A-2) ~ (A-4) を式 (A-5) ~ (A-7) に代入し、式 (A-9) ~ (A-11) の様な運動方程式が得られる。

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = M_0 e (\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) + mR \sum_{i=1}^2 (\ddot{\psi}_i \sin \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \cos \psi_i) \quad (\text{A-9})$$

$$M\ddot{y} + c\dot{y} + ky = M_0 e (-\ddot{\psi} \cos \psi + \dot{\psi}^2 \sin \psi) + mR \sum_{i=1}^2 (-\ddot{\psi}_i \cos \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \sin \psi_i) \quad (\text{A-10})$$

$$\begin{aligned} & (m + \frac{I}{a^2})R\ddot{\psi}_i - m(\ddot{x} \sin \psi_i - \ddot{y} \cos \psi_i) + c_b R(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\ & = -m \frac{\beta_b}{a} (R\dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) + \frac{R+a}{a^2} I \ddot{\psi} \end{aligned} \quad (\text{A-11})$$

但し、 $M=M_0+2m$

A. 7. 1 式 (A-9) の導出

式 (A-5) から式 (A-9) を導出する過程を以下に示す。

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} &= \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial V}{\partial \dot{x}} \\ &= \frac{M_0}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \left\{ (\dot{x} - e\dot{\psi} \sin \psi)^2 + (\dot{y} + e\dot{\psi} \cos \psi)^2 \right\} + \frac{m}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \left[\sum_{i=1}^2 \left\{ (\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \right\} \right] \\ &= M_0(\dot{x} - e\dot{\psi} \sin \psi) + m \left\{ \sum_{i=1}^2 (\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i) \right\}\end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = M_0 \left\{ \ddot{x} - e(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) \right\} + m \left[\sum_{i=1}^2 \left\{ \ddot{x} - R(\ddot{\psi}_i \sin \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \cos \psi_i) \right\} \right]$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x} = -kx$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = c\dot{x}$$

従って、

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \\ &= M_0 \ddot{x} - M_0 e(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) + 2m\ddot{x} - mR \sum_{i=1}^2 (\ddot{\psi}_i \sin \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \cos \psi_i) + kx + c\dot{x} \\ &= (M_0 + 2m)\ddot{x} + c\dot{x} + kx - M_0 e(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) - mR \sum_{i=1}^2 (\ddot{\psi}_i \sin \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \cos \psi_i) \\ &= 0\end{aligned}$$

式 (A-6) から式 (A-10) を導出する過程は同様に求められるので省略する。

A. 7. 2 式 (A-11) の導出

式 (A-7) から式 (A-11) の導出過程を以下に示す。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_i} &= \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}_i} - \frac{\partial V}{\partial \dot{\psi}_i} \\
&= \frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_i} \left[\frac{m}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ (\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \right\} + \frac{I}{2} \frac{R^2}{a^2} \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \right] \\
&= m \left\{ -(\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i) R \sin \psi_i + (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i) R \cos \psi_i \right\} + I \frac{R^2}{a^2} (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\
&= -mR(\dot{x} \sin \psi_i - \dot{y} \cos \psi_i) + mR^2 \dot{\psi}_i + I \frac{R^2}{a^2} (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_i} \right) &= -mR(\ddot{x} \sin \psi_i + \dot{x} \dot{\psi}_i \cos \psi_i - \ddot{y} \cos \psi_i + \dot{y} \dot{\psi}_i \sin \psi_i) + mR^2 \ddot{\psi}_i + I \frac{R^2}{a^2} (\ddot{\psi}_i - \ddot{\psi}) \\
\frac{\partial L}{\partial \psi_i} &= \frac{\partial}{\partial \psi_i} \left[\frac{m}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ (\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \right\} + \frac{I}{2} \frac{R^2}{a^2} \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \right] \\
&= m \left\{ -(\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i) R \dot{\psi}_i \cos \psi_i - (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i) R \dot{\psi}_i \sin \psi_i \right\} \\
&= -mR(\dot{x} \dot{\psi}_i \cos \psi_i + \dot{y} \dot{\psi}_i \sin \psi_i) + mR^2 \dot{\psi}_i^2 (\sin \psi_i \cos \psi_i - \cos \psi_i \sin \psi_i) \\
&= -mR(\dot{x} \dot{\psi}_i \cos \psi_i + \dot{y} \dot{\psi}_i \sin \psi_i) \\
\frac{\partial F}{\partial \dot{\psi}_i} &= c_b R^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})
\end{aligned}$$

従って、

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\psi}_i} \\
&= -mR(\ddot{x} \sin \psi_i + \dot{x} \dot{\psi}_i \cos \psi_i - \ddot{y} \cos \psi_i + \dot{y} \dot{\psi}_i \sin \psi_i) + mR^2 \ddot{\psi}_i + I \frac{R^2}{a^2} (\ddot{\psi}_i - \ddot{\psi}) \\
&\quad + mR(\dot{x} \dot{\psi}_i \cos \psi_i + \dot{y} \dot{\psi}_i \sin \psi_i) + c_b R^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\
&= -mR(\ddot{x} \sin \psi_i - \ddot{y} \cos \psi_i) + mR^2 \ddot{\psi}_i + I \frac{R^2}{a^2} (\ddot{\psi}_i - \ddot{\psi}) + c_b R^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\
&= u(t) = \frac{R}{a} I \ddot{\psi} - mR \frac{\beta_b}{a} (R \dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi})
\end{aligned}$$

これを整理して式 (A-11) を得る。

This page is intentionally left blank.

Doctoral Thesis

**Reduction Method of Residual Balancing Error
in Auto-Balancer and its Motion Analysis**

English Translation

CHAPTER 1 PREFACE

1.1 BACKGROUND OF RESEARCH

An auto-balancer, an automatic balancing mechanism using balance members, automatically corrects any imbalance by placing some balance members in an annular track provided concentrically with the rotation axis of the rotary machine. Its configuration method can be roughly classified as follows.

- Classified by balancing members: ball balancer, liquid balancer, ring balancer, and pendulum balancer.

- Classified by control method: passive control balancer, and active control balancer.

Addressed in this paper is a ball balancer with a passive control method.

This research stems from the development of a high-speed CD-ROM drive which I carried out at Matsushita Electric Ind. Co. Ltd. (currently Panasonic Corp.).

In a high-speed CD-ROM drive, when a CD-R disc was rotated at a high speed with stickers of note for the surface of it, intense vibration occurred caused by the unbalance of the disk. The vibration also adversely affected the personal computer (abbreviated as PC below) by way of the CD-ROM drive which was equipped on the PC. It was pointed out by the U.S. PC vendors that we had delivered CD-ROM drives. As an anti-vibration system, we developed CD-ROM drives equipped with ball type auto-balancer for the first time in the industry and delivered to them. The CD-ROM drives when it equipped the first auto-balancer were 8-12 times playback speed, then high speed playback progressed up to 32 times or more. Consequently auto-balancer became a function that can not be separated from the high-speed CD-ROM drive. As noted above, initially, a seal which was adhered to a CD-R disc had a trigger for auto-balancer mounted. On the other hand, there were a number of data CD and audio CD with uneven thickness caused by poor manufacturing quality on the market, because there has been no provision for thickness of the disc on the CD disc standard. When such a disc was applied to high speed CD-ROM drive, it caused a severe vibration. Such a market reality that CD disc had poor manufacturing quality was also the reason for auto-balancer became indispensable to high-speed CD-ROM drive.

Then, as well-known facts, the optical disc standard progressed from the CD standard to DVD standard and further progressed into Blu-ray™ disc standard and in addition, DVD drives or Blu-ray™ disk drives are also mounted on many AV equipments and PCs. Unlike the CD standard there is a provision for thickness of the disc in the DVD standard and the Blu-ray™ disc standard. Therefore, when a disc that complies to the standard is rotated at high speed, the possibility for generating vibration is low unlike the CD disc with poor manufacturing quality.

On the other hand, DVD disc or Blu-ray™ disc is defined by the external dimensions that are compatible represented by a 12cm diameter the same as the CD disc. Therefore, in

the DVD drive or Blu-ray™ disc drive, it is necessary to ensure backward compatibility for playback or recording on CD discs and DVD discs to be used by the user as a product specification. In other words it is necessary to design a drive assuming the CD disc with an uneven thickness. In addition to this, especially in recent years, a product specification of high-speed rotation of the CD disc is indispensable for high-speed transferring the music data from CD to HDD (i.e., CD ripping).

For the above reasons, an auto-balancer is mounted on a lot of DVD drives or Blu-ray™ disc drives that are installed on the PC, (except thin notebook PC or the like). Table 1.1 shows is an example of the rotation speed for each disc specification on some Blu-ray™ disc drive. Not only the range of rotation speed for the standard speed is different in each disc standard, but also the recording and playback speed is different depending on the product specifications. [1]

Table 1.1 Disc Rotation Range of Optical Disc Format

Disc Format	Standard Speed (1X-CLV)	Spec. of Equipment (nX)
CD	210-540 rpm	32X (max)
DVD	580-1390 rpm	16X (max)
Bru-ray™ Disc	810-1960 rpm	6X (max)

Note: strictly, at Ver.2 of Bru-ray™ Disc standard , which is widely used in general, support 2X speed or more.

Although auto-balancer have long been adapted to be mounted on the optical disc drives as described above, it has not necessarily been used on which it is systematically organized. It can not be denied that it has been practically managed by trial and error in repeating prototyping. This is caused by the followings. Auto-balancer is not running on such a principle as the feedback control by detecting in real time the position of the balance balls which are enclosed in it. Instead it is operating on the principle of providing an acceleration command to the motor in an open loop regardless of the position of the balance balls. Therefore, all the functional behavior would be decided in designing and additionally it is easy to be affected by mechanical dispersion and friction. In order to overcome this situation, to be able to use the auto-balancer based on more systematic concept by analyzing in detail the operation of the auto-balancer, that was a major motivation to work on this study.

This study was conducted as a specific case of an optical disk drive, but the results are assumed to be utilized widely and is not limited to the optical disc drive. Further, as the rotating machines never disappear from the world, the results of this study will be kept alive to solve the problems caused by the imbalance generated therein.

1.2 HISTORICAL BACKGROUND OF AUTO-BALANCER

Initial research of an auto-balancer began in the 1930s. As a means of suppressing the vibration of a rotating body caused by mass eccentricity, an auto-balancer has been utilized in various industrial fields. In the following, the major research papers are listed on an auto-balancer since the 1930s, to organize for the history. [2]

Table 1.2 is obtained by aggregating the number of the papers by region where the authors belong and also the year of publication of the papers is divided into two time periods as a boundary in 1996. The papers prior to 1996 mainly made the construction of basic theory and the papers since 1996 were mainly performed the application and development of the auto-balancer. In Table 1.2, the number of reports from Asia (South Korea, Taiwan, etc.) is concentrated in 1996 or later. Initial research is known to have been conducted by Thearle[3] in USA, from the 1930s through 1950s. While in Europe, many papers were reported from the initial in the former Soviet Union. In addition, there have been the reports of the former East Germany Ryzhik [4] found in 2000 or later. Inoue et al.[5] in Japan, from the 1960s through the 1980s, came up with a way of thinking about the basic movement of an auto-balancer. They modeled an auto-balancer in a steady state vibration model and discussed the stability of the auto-balancer and balancing conditions based on various patterns of ball position. Following Inoue et al, the group of Nagoya University, Ohta, Ishida and Inoue has been continuing the research from 1980s through current [6,7,8].

Table 1.2 Number of Research Reports on Auto-balancer (Total)

Area	Published Year		Total
	1930-1995	1996-2010	
North America	6	7	13
West Europe	2	17	19
East Europe	10	20	30
Japan	10	9	19
Asia	0	31	31
Total	28	84	112

Table 1.3 is obtained by extracting the papers on the ball balancer from the Table 1.2. Compared to Table 1.2, the number of papers of an auto-balancer has grown significantly since 1996, it can be seen that many of which relate to a ball balancer.

Table 1.4 is obtained by extracting further the papers on an optical disc drive from the Table 1.3. The majority of reports on an optical disc drive are concentrated in the Asian region. Upon further analysis, it was found that the University of South Korea and Taiwan were performed to obtain the request and support from countries and companies.[1] This is

not unrelated to that after this time, companies in Korea and Taiwan began to enlarge the production scale of the optical disc drive on behalf of the Japanese companies to it.

Table 1.3 Number of Research Reports on Auto-balancer (Ball Balancer)

Area	Published Year		Total
	1930-1995	1996-2010	
North America	5	7	12
West Europe	0	16	16
East Europe	1	15	16
Japan	6	7	13
Asia	0	23	23
Total	12	68	80

Table 1.4 Number of Research Reports on Auto-balancer (Applied in Optical Disc)

Area	Published Year		Total
	1930-1995	1996-2010	
North America	0	0	0
West Europe	0	2	2
East Europe	0	0	0
Japan	0	3	3
Asia	0	23	23
Total	0	28	28

1.3 RESEARCH ISSUE OF AUTO-BALANCER

As described in Section 1.1, in an optical disc drive mounted on a personal computer or audio visual equipment, an optical disc rotates at high speed in order to achieve a high data transfer rate. If there is mass eccentricity due to uneven thickness of the optical disc, the vibration caused by such unbalance can be quite large. As a countermeasure, an auto-balancer is installed on the optical disc drive to cancel the unbalance.

However, a high vibration suppression performance cannot be obtained when a residual balancing error occurs because of rolling friction of the balls and dimensional variation of the auto-balancer.

Yang et al.[9] have investigated the relationship between the magnitude of frictional movement of balancing balls' surface and the magnitude of residual balancing error of the balls for an auto-balancer mounted on an optical disc drive. But there was no suggestion for reducing the residual balancing error.

Chao et al.[10] have estimated the position of balancing balls for an auto-balancer mounted on an optical disc drive by using a sliding mode observer. They repositioned the balls in order to reduce the residual balancing error. But this method required complicated arithmetic processing and a position detector was required to estimate the position of the balls.

Meanwhile, while the spindle motor of an auto-balancer accelerates and passes through a critical speed of the mechanical system including the spindle motor, the balance balls may carry out non-synchronous revolution with the spindle motor. In this case, although the rotational speed of the motor increases, the rotational speed of the balance ball does not increase and retains critical speed. In other words, the balance balls revolve in the opposite direction to the rotation direction of the motor along the circular orbit of the auto-balancer. When this phenomenon occurs in such equipments as the optical disc drives, noise and vibration occurs. Therefore, it is necessary to take countermeasures.

Ryzhik et al.[4,11] conducted various analyses with respect to such phenomena as the auto-balancer passing through the critical speed. But they did not consider a residual balance of the ball and quantitative study for reducing the non-synchronous rotation phenomenon was not performed.

We have proposed a method for reducing the residual balancing error of the balls for an automatic balancer mounted on an optical disc drive, by using acceleration control according to a rotation speed profile which becomes a constant speed in passing through the critical speed.[2,12]

1.4 PURPOSE, METHODS, RESULTS AND CONCLUSIONS OF RESEARCH

The purpose of this paper is to seek conditions of a more optimal rotation speed profile in order to improve the vibration suppression performance by reducing the residual balance of an automatic balancer. Detailed behavior of the balls when passing through the critical speed is analyzed for that purpose.

Although many reports have focused on discussing the steady state characteristics of an auto-balancer and non-stationary characteristics of an auto-balancer have not been discussed much, time axis simulation during acceleration is performed by modeling an auto-balancer in a non-stationary vibration model in this paper.

The rotation speed profile is comprehensively simulated as a parameter of start time, end time and profile shape and optimum conditions for reducing the residual balance are explored. It is shown that residual balancing is eliminated by the driving force of the balls.

The quantitative conditions for reducing the non-synchronous rotation are explored by analyzing the behavior of the balance balls in passing through the critical speed of the auto-balancer. It is clarified what effect the rotation speed profile control is to exert in order to reduce the non-synchronous rotation.

Furthermore, the method of rotation speed profile and the analytical results of balancing balls for reducing residual error and non-synchronous motion are verified in experiments using an optical disc drive equipped with an auto-balancer. It is difficult to measure the residual balancing error uniquely and accurately in experiments due to the influence of rolling friction of the balls and dimensional variation. Therefore the residual balancing error is confirmed in a simulation. On the other hand experimental results show that the vibration is suppressed as a result of eliminating the residual balancing error.

This paper is composed as follows.

Chapter 1 is an introduction and the background overview of the paper and the significance of this study are described.

In Chapter 2, the configuration of an auto-balancer is described and the modeling is performed. Furthermore, the equations of motion are derived based on the models in a non-stationary vibration mode.

In Chapter 3, the method for reducing the residual balance is discussed. The rotation speed profile control is intended to improve the performance of an auto-balancer by providing the variable speed period at a rate through the critical speed during acceleration of the motor.

In Chapter 4, time domain simulations based on the derived equations of motion are performed under various conditions for the operation of an auto-balancer during acceleration using MATLAB simulation tool. The rotation speed profile is

comprehensively simulated as a parameter of start time, end time and profile shape and optimum conditions for reducing the residual balance are explored. It is shown that residual balancing is eliminated by the driving force of the balls.

In Chapter 5, time domain simulations based on the derived equations of motion are performed under various conditions for the ball operation for reducing the non-synchronous rotation in passing through the critical speed using MATLAB simulation tool. It is also clarified what effect the rotation speed profile control is to exert in order to reduce the non-synchronous rotation.

In Chapter 6, experiments are performed by using an optical disk drive equipped with auto-balancer and it is verified that the vibration amplitude is reduced based on the method shown in Chapter 3, 4 and 5.

Chapter 7 is a conclusion of this thesis, summarizes the results obtained in each chapter and states the conclusion of this study.

REFERENCES OF CHAPTER 1

- [1] Yoshida S., "Auto-balancer Technology for Optical Disc Drive", *Transaction for Conference on Japan Society of Mechanical Engineers Kansai Branch* 114-1(906), p."9-6", 2011, (in Japanese).
- [2] Yoshida S., Naka T., "Application of Autobalancer Technology for Optical Disc Drive", *Transaction for Conference on Japan Society of Mechanical Engineers Kansai Branch* (87), p."13-30", 2012, (in Japanese).
- [3] Thearle E.L., "Automatic Dynamic Balancers", *Machine Design* 22, pp.103-106, 1950.
- [4] Ryzhik B., Sperling L., Duckstein H., "Non-Synchronous Motions Near Critical Speeds in a Single-Plane Auto-Balancing Device", *Technische Mechanik* 24, pp.25-36, 2004.
- [5] Inoue J., Jinnouchi Y. , Araki Y., Nagahara S., "Automatic Balancer (Fundamental Characteristics)", *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.45, No.394, pp.646-652, 1979, (in Japanese).
- [6] Ohta H., Ishida Y., Maeda H., Yokoyama K., "Fundamental Research on an Automatic Balancer", *Transaction for Conference on Japan Society of Mechanical Engineers*, 910-62(1991-10),pp.29-32, 1991, (in Japanese).
- [7] Ishida Y., Matsuura Y., Chou S., "Improving the performance of automatic ball balancer", *CD-ROM Transaction for Dynamics and Design Conference 2009 on Japan Society of Mechanical Engineers* No.09-23(536),2009, (in Japanese).
- [8] Inoue T., Niimi H., Ishida Y., "Characteristics of the self-excited vibration of the rotating shaft system due to the ball balancer", *CD-ROM Transaction for Dynamics and Design Conference 2008 on Japan Society of Mechanical Engineers*, No.08-24(112),2008, (in Japanese).
- [9] Yang Q., Ong E.H., Sun J., Guo G., and Lim S.P., "Study on the Influence of Friction in

an Automatic Ball Balancing System", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 285, pp.73-99, 2005.

[10] Chao P.C.P., Chiu C.W., Shih K.T., "A novel low-torque ball re-positioning scheme based on a sliding-mode ball observer for an automatic balancer system", *Shock and Vibration* 15, pp.101-126, 2008.

[11] Rhzhik B., "Problems of Vibrations Near Critical Speeds in Rigid Rotors with Autobalancing Devices", *ASME 2003 DETC*, VIB-48408, pp.895-901, 2003.

[12] Yoshida S., "Motion Analysis of Balancing Balls of Auto-balancer", *Transaction for 55th Joint Automatic Control Conference* , 1 B205, pp. 100-101, 2012, (in Japanese).

CHAPTER 2 CONFIGURATION OF AUTO-BALANCER AND ITS MODELING

2. 1 CONFIGURATION OF AUTO-BALANCER

Fig. 2.1 shows an example of the configuration of an auto-balancer on an optical disc drive[1]. The optical disc drive is equipped with a spindle motor for rotating an optical disc on a base plate. An auto-balancer is provided coaxially with the spindle motor. The base plate is connected to the housing of the optical disc drive via insulators, which is placed at the four corners of the base plate for buffering external or internal vibration of the optical disc drive.

The principle of operation for the auto-balancer is described next. In case there is unbalance on the optical disc which is caused by mass eccentricity, an unbalanced force F acts with disc rotation. Along with it, the entire base plate including the spindle motor swings with a magnitude of distance X with respect to the central axis of rotation. In this case, a centrifugal force Q is applied to the balancing balls which are included in the auto-balancer. The balls move to the opposite phase position of the unbalance by the resultant force P of the centrifugal force Q and drag force N , as a result, to cancel the unbalance F .

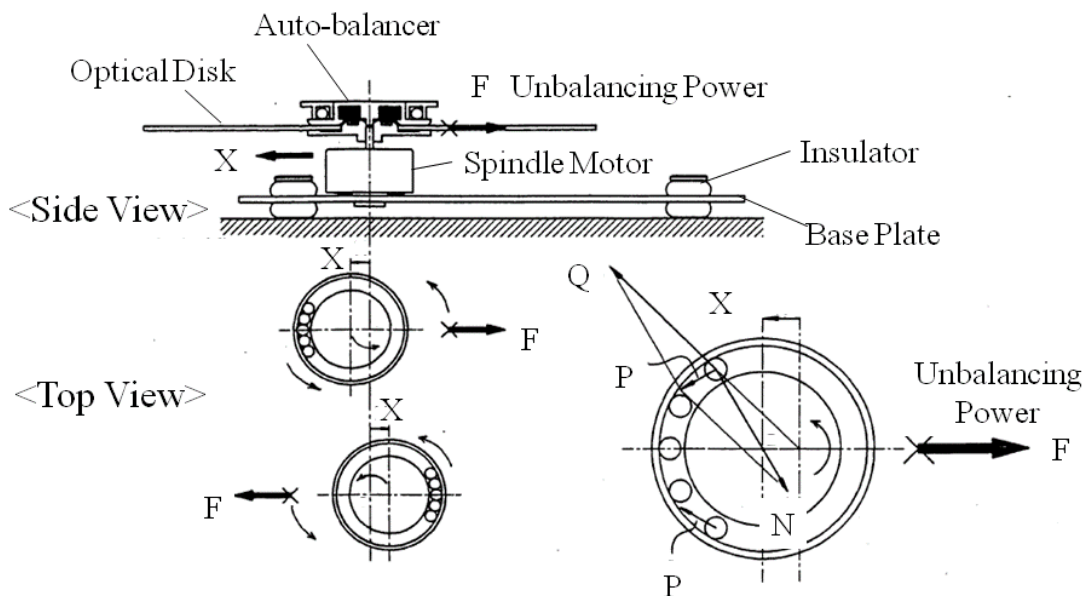


Fig. 2.1 Configuration of Auto-balancer on Optical Disc Drive

Figure 2.1 shows the case incorporating the balance ball in the annular portion of the chucking plate which is mounted on the upper surface of the optical disc as an example of the configuration of the auto-balancer in the optical disc drive. On the other hand, the configuration of providing annular portion at the top of the spindle motor of the lower

surface of the optical disk is also possible. This method is mainly used as a component of the optical disk device currently.

2.2 MODELING OF AUTO-BALANCER

In the following, modeling of an auto-balancer configured above is described for a computer simulation which is performed in Chapter 4 and 5.

Fig. 2.2 shows the auto-balancer which is modeled based on the above configuration. Symbol S indicates the center of rotation shaft of the spindle motor. Symbol G is the position of the unbalance, e is the distance between the unbalance G and the center of rotation S , Ψ is the rotation angle of the point S from the x -axis, φ is the rotation angle of the point G . Ψ_i is the revolution angle of the balance balls, θ_{bi} is the rotation angle of the balance balls from the point G , and R is the radius of the rotor. The point S rotates at $(\Psi - \varphi)$ swing angle around the origin of the coordinate x - y .

The insulators are not shown in the Fig. 2.2, but modeled with spring k and damper c as equivalent to the case where the rotation shaft is deflected. A simple model is used as shown in Fig. 2.2. The reason is because it is assumed that the proposed method is applicable not only to optical disc drives, even in conventional equipment.

Moreover in the actual equipment, the number of balls is set at greater than two. But in such case the simulation is complicated and it becomes less relevant to our research purpose. Therefore, in the following we consider the case of two balance balls, i.e., B_1 and B_2 , as shown in the Fig. 2.2. The equations of motion are obtained using the symbols shown in Fig. 2.2, based on a Lagrange equation taking into account a non-stationary vibration model.

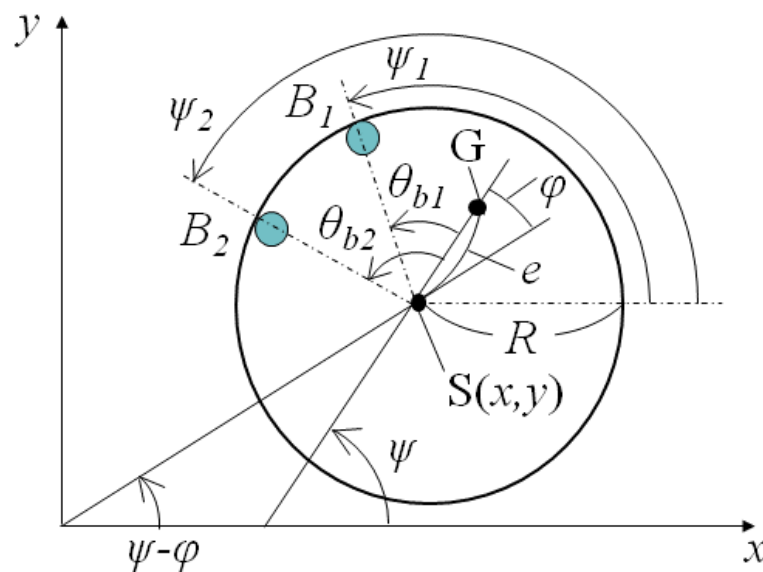


Fig. 2.2 Modeling of Auto-balancer

2. 3 DERIVATION FOR EQUATIONS OF MOTION

In general, Lagrange's equation is expressed as in Equation (2-1).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} = u_k(t) \quad (2-1)$$

where $L=T-V$: Lagrangian, T : kinetic energy, V : potential energy, F : Rayleigh dissipation function, q_k : generalized coordinate, $u_k(t)$: generalized force .

In the following, the derivation process for the equations of motion is described. deriving. The detailed derivation process is given in Appendix A.

Based on the modeling of the auto-balancer shown in Fig. 2.2, the kinetic energy T is expressed as in Equation (2-2) .

$$T = \frac{M_0}{2} \left\{ (\dot{x} - e \dot{\psi} \sin \psi)^2 + (\dot{y} + e \dot{\psi} \cos \psi)^2 \right\} + \frac{I_G}{2} \dot{\psi}^2 \\ + \frac{m}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ (\dot{x} - R \dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R \dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \right\} + \frac{I}{2} \frac{R^2}{a^2} \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \quad (2-2)$$

where M_0 : mass of the rotor, I_G : moment of inertia of the rotor, R : radius of the rotor, m : mass of the balance ball, I : moment of inertia of the balance ball, a : radius of the balance ball, e : distance from the center of rotation S of the center of gravity G (i.e. eccentricity).

On the Equation (2-2), the first term is the kinetic energy of the rotor in the mass point G. The second term is the kinetic energy of the rotor when it is regarded as a rigid rotor. The third term is the kinetic energy in the mass points of the balance ball. The fourth term is the kinetic energy of the balance ball when it is regarded as a rigid body.

The potential energy V is expressed as in Equation (2-3). Since it is assumed that x - y plane coincides with the horizontal plane, it is not considered gravity according to the balance balls.

$$V = \frac{k}{2} (x^2 + y^2) \quad (2-3)$$

The dissipation function F is expressed as in Equation (2-4), where c_b : viscous drag coefficient of the ball.

$$F = \frac{c}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{c_b}{2} R^2 \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \quad (2-4)$$

The first term of the Equation (2-4) shows the dissipation function due to the viscous resistance of the insulators to support the rotor, and the second term is the dissipation function due to the viscous resistance of the balance balls.

When x , y and ψ_i are used as the generalized coordinates, the Lagrange's equations are expressed as shown in Equations (2-5)-(2-7).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (2-5)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} = 0 \quad (2-6)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\psi}_i} = u(t) \quad (i=1, 2) \quad (2-7)$$

In the Eq. (2-7), the generalized force $u(t)$ is as shown in Equation (2-8).

$$u(t) = \frac{R}{a} I \ddot{\psi} - mR \frac{\beta_b}{a} (R \dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (i=1, 2) \quad (2-8)$$

where β_b : rolling friction coefficient of the ball. Further, " $\text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi})$ " indicates the sign of the relative speed between the rotor and the balance ball.

By substituting Eqs. (2-2)-(2-4) to Eqs. (2-5)-(2-7), Equations of motion (2-9)-(2-11) are obtained [2].

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = M_0 e(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) + mR \sum_{i=1}^2 (\ddot{\psi}_i \sin \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \cos \psi_i) \quad (2-9)$$

$$M\ddot{y} + c\dot{y} + ky = M_0 e(-\ddot{\psi} \cos \psi + \dot{\psi}^2 \sin \psi) + mR \sum_{i=1}^2 (-\ddot{\psi}_i \cos \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \sin \psi_i) \quad (2-10)$$

$$\begin{aligned} & (m + \frac{I}{a^2})R\ddot{\psi}_i - m(\ddot{x} \sin \psi_i - \ddot{y} \cos \psi_i) + c_b R(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\ & = -m \frac{\beta_b}{a} (R \dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) + \frac{R+a}{a^2} I \ddot{\psi} \end{aligned} \quad (2-11)$$

where $M=M_0+2m$.

$$\psi_i = \psi + \theta_{bi} \quad (i=1,2) \quad (2-12)$$

$$\psi - \phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (2-13)$$

It should be noted that the critical speed of the system ω_n determined by the motor, the base plate and the insulator, shown in Figure 2.1, can be expressed as the following equation.

$$\omega_n = \sqrt{k/M} \quad (2-14)$$

Figure 2.3 is an example of simulation using MATLAB on the basis of the equations of motion shown in equations from (2-9) to (2-13). The horizontal axis represents time and x-y axis shows depth axis and vertical axis respectively. It shows that the position (x, y) of the center S of the axis of rotation of the auto-balancer swings around.

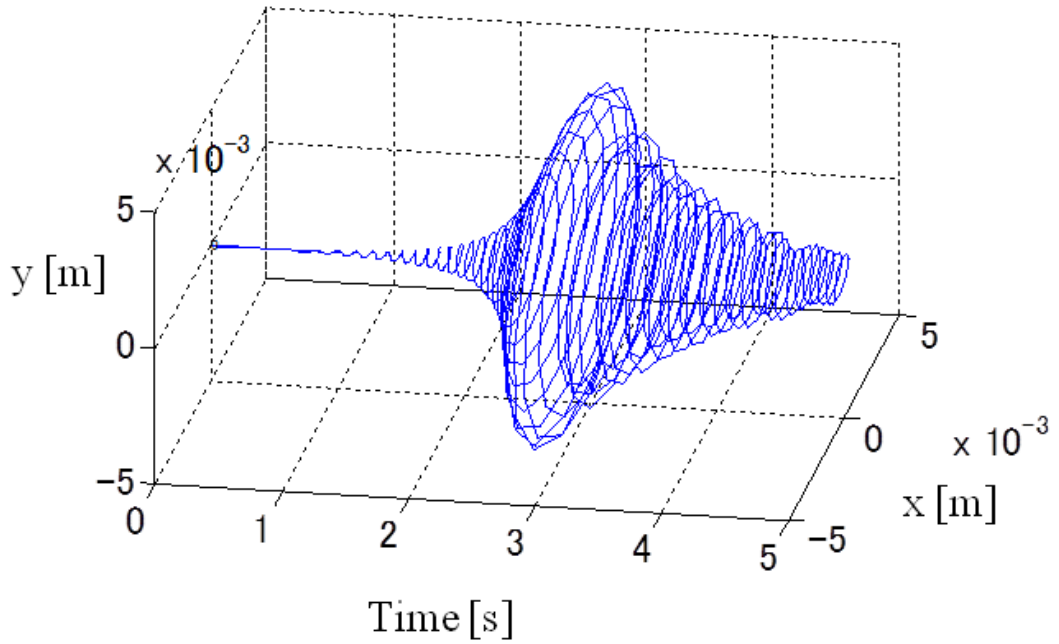


Fig. 2.3 Time history of Radial Displacement of Auto-balancer

Figure 2.4 shows the same configuration as Figure 2.2, but it shows the case of only one ball in order to simplify the positioning of the driving force f_{di} acting on the balance ball. The driving force f_{di} is the same as the resultant force P of the centrifugal force Q and the drag force N shown in Fig. 2.1, but the name of the variable is changed in order to unify the notation with Fig. 2.2. The driving force f_{di} is adopted for analyzing the basis for moving the balancing balls in the simulation analysis since the fourth chapter.

The driving force f_{di} of the ball is estimated[4] using equation (2-15), since it depends on the angular rotation speed ω and the coefficient of friction β_b at a steady-state angular rotation speed $\omega > \omega_n$ (ω_n is the critical speed) of the rotor[3].

$$f_{di} = m\psi_i^2 (W_r |\sin \gamma_i| - \beta_b (R - W_r \cos \gamma_i)) \quad (2-15)$$

where W_r is the whirling radius and

$$\gamma_i = \pi - \phi - \theta_{bi} \quad (i = 1, 2) \quad (2-16)$$

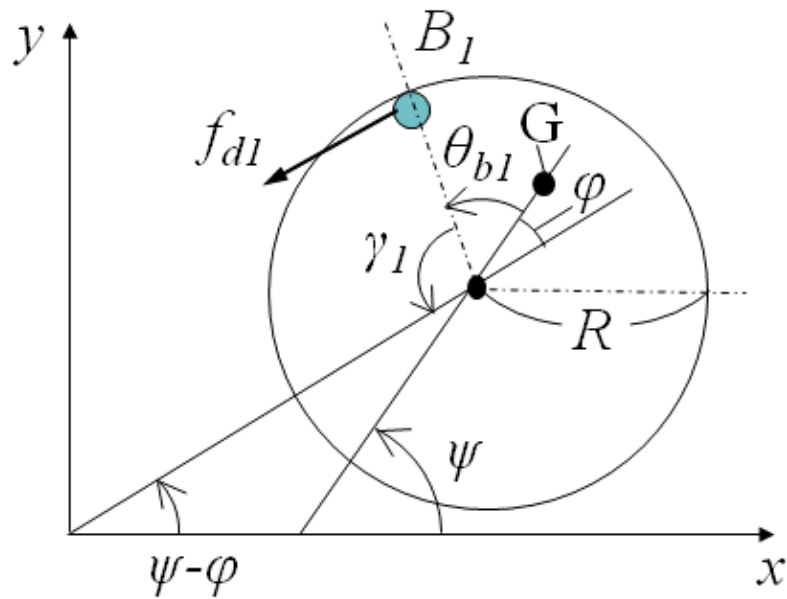


Fig. 2.4 Modeling of Driving Force on Auto-balancer

REFERENCES OF CHAPTER 2

- [1] Masaki K., Mihara K., Yoshida S., Fukuyama M., Urayama N., Kikugawa M., "Disc Drive Apparatus" *Japanese Patent No.2824250*, 1998.
- [2] Jinnouchi Y., Araki Y., Inoue J., Ohtsuka Y., Tan C., "Automatic Balancer (Static Balancing and Transient Response of a Multiball Balancer)", *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.59, No.557, pp.79-84, 1993, (in Japanese).
- [3] Yang Q., Ong E.H., Sun J., Guo G., and Lim S.P., "Study on the Influence of Friction in an Automatic Ball Balancing System", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 285, pp.73-99, 2005.
- [4] Yoshida S., Naka T., "Application of Autobalancer Technology for Optical Disc Drive", *Transaction for Conference on Japan Society of Mechanical Engineers Kansai Branch (87)*, p."13-30", 2012, (in Japanese).

CHAPTER 3 CONTROL METHOD FOR REDUCING RESIDUAL BALANCE

An auto-balancer operates in three modes of balanced solution mode, unbalanced solution mode and self-excitation solution mode[1]. Generally in a low-rotation speed region, the solution becomes an unbalanced solution mode. In a speed range sufficiently higher than the critical speed of a system consisting of an auto-balancer, spindle motor, base plate and insulators as shown in Fig. 2.1, it becomes a balanced solution mode. This mode is the most effective for canceling the unbalance. The effect for canceling the unbalance in the balanced solution mode is achieved by having the balls move to a position 180 degrees opposite in phase to the unbalance. But this effect is inhibited due to the rolling friction of the balls and dimensional variation of the auto-balancer. So the balls remain without completely moved to the position 180 degrees opposite in phase to the unbalance and it makes the residual balance. If there is a residual balance, the effect of the auto-balancer by the balance balls to cancel the imbalance due to mass eccentricity (= balancer effect) is deteriorated.

Moreover, while accelerating the spindle motor near the critical speed, the balance balls may carry out non-synchronous rotation with the spindle motor rotation. In other words, the balance balls revolve in the opposite direction relative to the rotational direction of the motor. This is called self-excitation solution mode and it becomes a cause of vibration and causes noise due to the balance balls revolving circular portion in an auto-balancer. As a countermeasure, viscous resistance of the balls[2] or frictional resistance in rolling[3] is increased. But it becomes difficult for the balls to move at the balanced solution mode, worsening the balancing performance.

3. 1 ROTATION SPEED PROFILE CONTROL

To solve these issues, we propose a method of rotation speed profile control in order to facilitate the movement of the balls in the balanced solution mode. Fig. 3.1 shows a rotation speed profile of the method. This is a method of providing a variable-speed period in the vicinity of critical speed in accelerating the spindle motor at a start-up sequence when the power of the optical disc drive is turned on[4]. The variable-peed period may be a constant speed but it includes the cases in which the speed is changed at constant acceleration.

The concept of this method is based on the following idea[5]. As explained in the principle of operation for the auto-balancer in Chapter 2, when the amplitude X of whirling the spindle motor increases, the driving force P to the balls increases since the centrifugal force Q increases. Meanwhile, the whirling of the spindle motor is the largest in the vicinity of critical speed. The amplitude of driving force P to the balls is not enough as the peak

period of whirling is short when the rotation speed profile has a constant acceleration. But the peak period of whirling is increased by providing a period of variable speed near the critical speed. Thus, by lengthening the duration of the driving force P acting on the balance balls, to promote the movement.

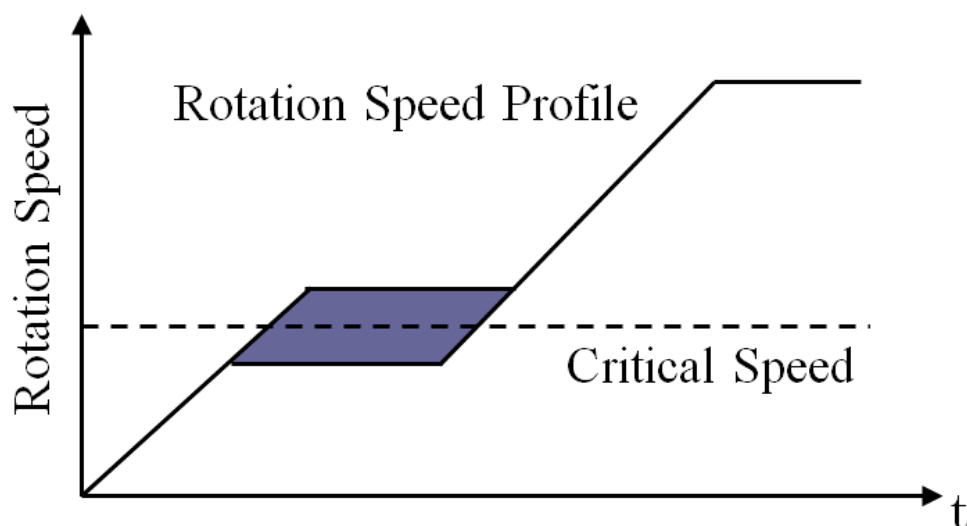


Fig. 3.1 Rotation Speed Profile Method

REFERENCES OF CHAPTER 3

- [1] Yoshida S., "Modeling for Auto-balancer Mechanism", *Transaction for Conference of the 2nd Plant Modeling Symposium on Society of Instrument and Control Engineers*, pp.59-62, 2011. (in Japanese)
- [2] Inoue J., Jinnouchi Y. , Araki Y., Nagahara S., "Automatic Balancer (Fundamental Characteristics)", *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.45, No.394, pp.646-652, 1979. (in Japanese)
- [3] Yang Q., Ong E.H., Sun J., Guo G., and Lim S.P., "Study on the Influence of Friction in an Automatic Ball Balancing System", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 285 (2005), pp.73-99.
- [4] Yoshida S., Naka T., "Application of Autobalancer Technology for Optical Disc Drive", *Transaction for Conference on Japan Society of Mechanical Engineers Kansai Branch (87)*, p."13-30", 2012. (in Japanese)
- [5] Mihara K., Masaki K., Naka T., Yoshida S., Maruoka M., Miyata K., Yano M., "Disc Drive Apparatus", Japanese Patent No. 4155659, 2008.

CHAPTER 4 MOTION ANALYSIS FOR REDUCING RESIDUAL BALANCE

In this Chapter, time-variant dynamics of the auto-balancer are simulated with MATLAB in order to reduce the residual balance by using a rotation speed profile method shown in Chapter 3 by applying the equations of motion (2-9) to (2-13) which are derived based on non-stationary vibration model, where parameters are set to $M = 0.1$ [kg], $k = 1000$ [N/m], eccentricity of the disc $e = 100$ [μm], $\omega_n = 100$ [rad/s], $c = 0.2$ [Ns/m], $R = 0.01$ [m], $m = 0.001$ [kg], and $c_b = 1$ [Ns/m], $\beta_b = 0.000001$. These physical constants employ values close to the spindle motor, the insulator and the balance balls used in the optical disc drive, in order to achieve the consistency of the verification experiment which is carried out in Section 6, but they necessarily to be limited thereto.

4. 1 SIMULATION OF RESIDUAL BALANCE - WITHOUT USING ROTATION SPEED PROFILE CONTROL -

Figure 4.1 shows a simulation results in which the spindle motor is accelerated from standstill by a constant acceleration i.e. $d\psi/dt = at$ (a =acceleration constant), and acceleration is performed again after a variable speed period is provided on the way.

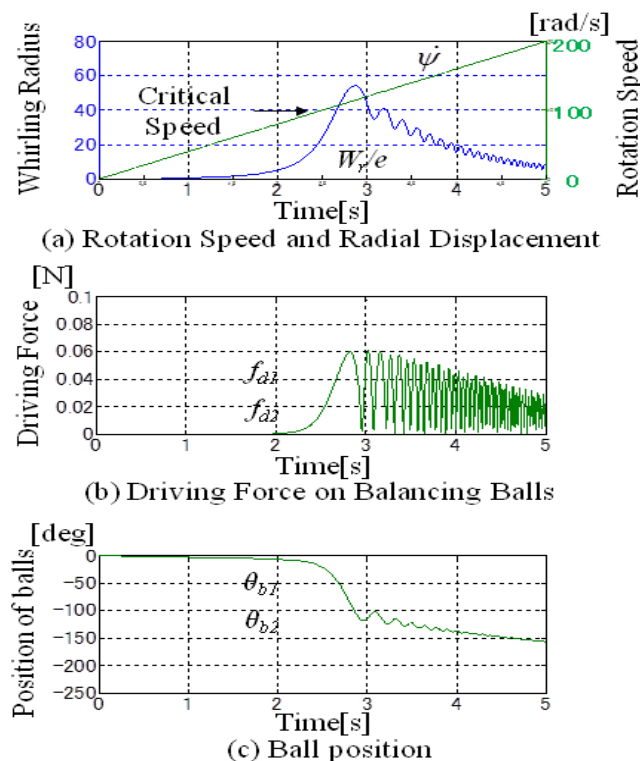


Fig. 4.1 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

The part (a) in Fig. 4.1 shows rotation speed $d\psi/dt$ and whirling radius W_r around which the auto-balancer swings, the whirling radius W_r being divided by the eccentricity e for normalization. The standardized whirling amplitude increases gradually with the increase in the rotation speed. It becomes maximum value (the amplitude is about 55) immediately after exceeding the critical speed at about 2.5 seconds and decreases gradually with the passage of time. The part (b) in Fig. 4.1 shows driving force of the balls f_{di} . The Driving force f_{di} also increases gradually with the increase in the rotation speed and becomes maximum (about 0.06 [N]) immediately after the rotation speed exceeds the critical speed. That is, as the amplitude of whirling is large the moving force of the ball is also large. The part (c) in Fig. 4.1 shows phase angle of rotation of the balance balls, i.e., the position of the balls, θ_{bi} . In these cases initial phase of the two balance balls are set to be equal to 0 degree. It means that the balance balls remain in the position of the same phase as the mass eccentricity. In order to have a balancer effect (= the effect that the auto-balancer to cancel the imbalance due to mass eccentricity by the balance balls) it is necessary to balance the balls moved to the position of -180 degrees. In Fig. 4.1 (c), the rotation phase angle decreases gradually with the increase in the rotation speed and it changes significantly immediately after the rotation speed exceeds the critical speed. However, the rotation speed is to rise further, the phase angle of the balls is not reached -180 degree. That is, residual balance occurs in this case, it is impossible to obtain sufficient balancer effects.

Figure 4.2 shows schematically the movement of the balancing balls which corresponds to the case of Figure 4.1. As the balance balls do not reach the diagonal position of the unbalance G, residual balance remains.

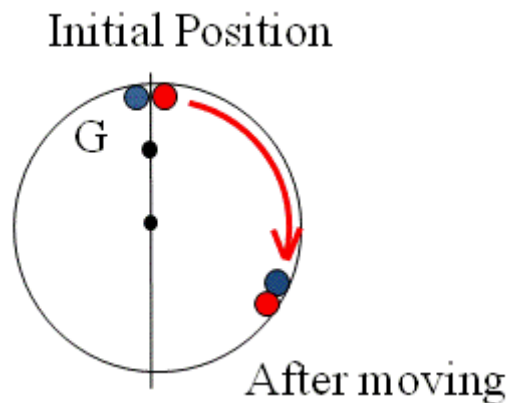


Fig. 4.2 Movement of Balance Balls without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

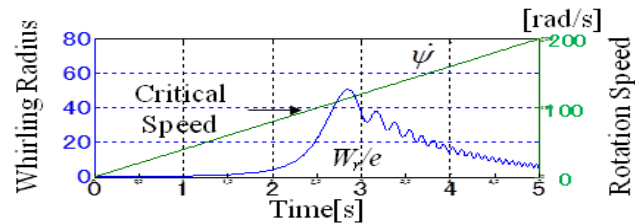
Table 4.1 shows the combination of the initial position of two balance balls. It is assumed that the variation angle is 45 degrees. I get rid of the case that the balls are located in a diagonal position to the mass eccentricity. Combinations of those with yellow were carried out simulation actually here. Among them, (45 degrees, -45 degrees) and (45

degrees, 90 degrees) are selected as representative combinations and carried out simulation as in Figure 4.1. The results are shown below.

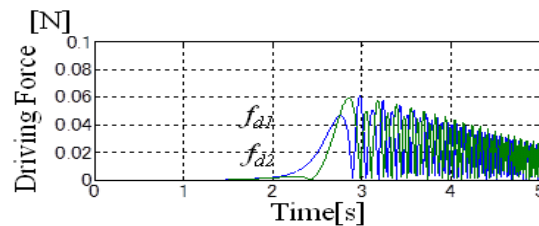
Fig. 4.3 shows the case where the initial ball position is 45 degrees and -45 degrees. Compared Fig. 4.3 (a) with Fig. 4.1 (a), the magnitude and the state of change over time of the standardized whirling amplitude W_r/e are approximately equal. On the other hand, in Fig. 4.3 (b), the magnitude and the state of change over time of the driving force F_{di} acting on the balls is different in every ball. As a result, as shown in Fig. 4.3 (c), one of the two balls is able to move in the vicinity of about -180 degrees, but another ball is not.

Table 4.1 Initial Position of Balance Balls [degree]

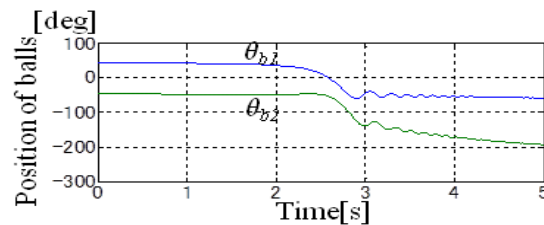
Ball-1	0	0	0	0	-	-
Ball-2	0	45	90	135	-	-
Ball-1	45	45	45	45	45	45
Ball-2	45	90	135	-45	-90	-135
Ball-1	90	90	90	90	135	135
Ball-2	90	135	-90	-135	135	-135



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force on Balancing Balls



(c) Ball position

Fig. 4.3 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 45$ deg, $\theta_{b2} = -45$ deg)

Figure 4.4 shows schematically the movement of the balancing balls which corresponds to the case of Figure 4.3. As one of the balance balls does not reach the diagonal position of the unbalance G, residual balance remains.

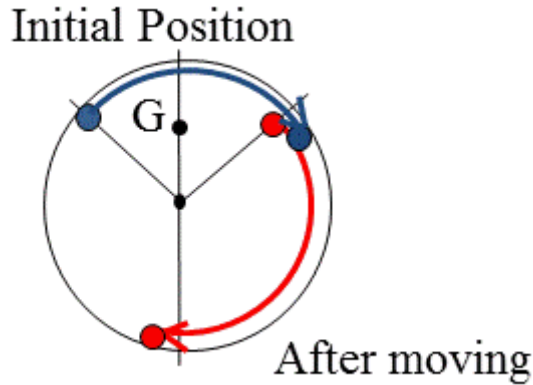


Fig. 4.4 Movement of Balance Balls without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = -45 \text{ deg}$)

Fig. 4.5 shows the case where the initial ball position is 45 degrees and 90 degrees.

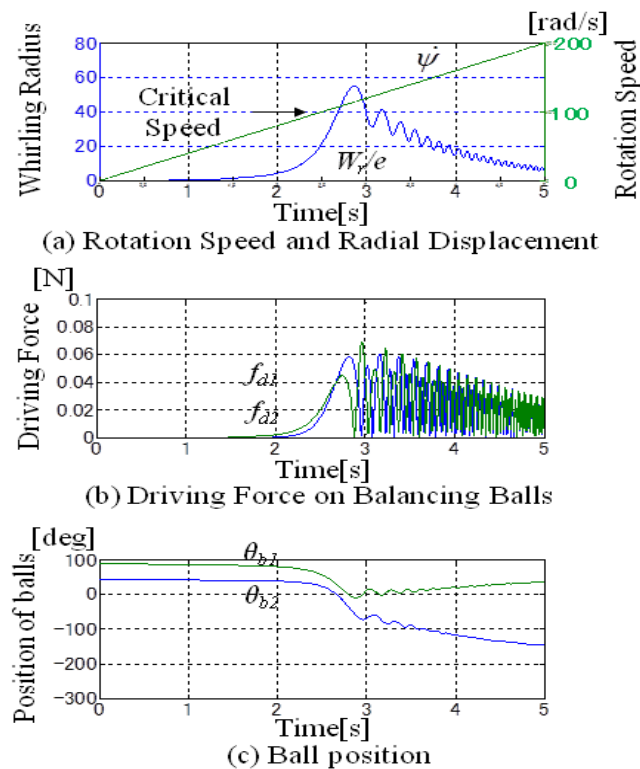


Fig. 4.5 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 90 \text{ deg}$)

Compared Fig. 4.5 (a) with Fig. 4.1 (a), the magnitude and the state of change over time of the standardized whirling amplitude W_r/e are approximately equal the same as Fig. 4.3 (a). On the other hand, in Fig. 4.5 (b), the magnitude and the state of change over time of

the driving force F_{di} acting on the balls is different in every ball. As a result, as shown in Fig. 4.5 (c), one of the two balls is able to move in the vicinity of about -180 degrees, but another ball is not.

Figure 4.6 shows schematically the movement of the balancing balls which corresponds to the case of Figure 4.5. As one of the balance balls does not reach the diagonal position of the unbalance G, residual balance remains.

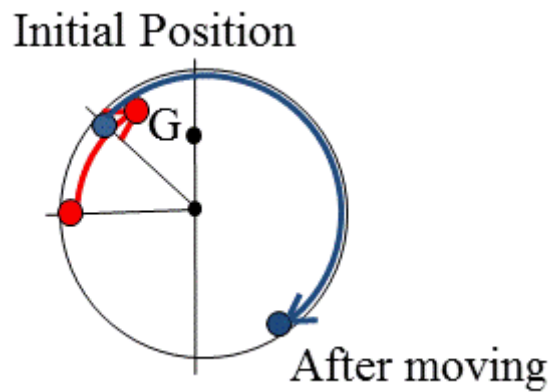


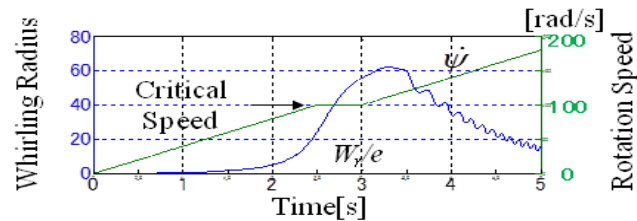
Fig. 4.6 Movement of Balance Balls without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 90 \text{ deg}$)

4. 2 SIMULATION OF RESIDUAL BALANCE

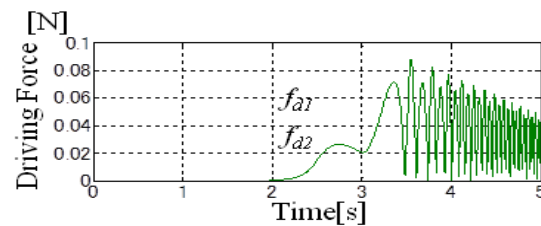
- SPEED IS CONSTANT DURING VARIABLE SPEED PERIOD AT ROTATION SPEED PROFILE CONTROL -

The motor is accelerated from stand still at a constant acceleration i.e., $d\psi/dt = \alpha t$ (acceleration $\alpha = \text{constant}$). In the variable speed period following thereafter, a constant speed is provided by 0.5 seconds from the time when it reaches the critical speed. After that, a constant acceleration (of the same magnitude as the the beginning) is performed again. Figure 4.7 shows the simulation result. Where the initial phase of the balance ball is seto to be 0 degree.

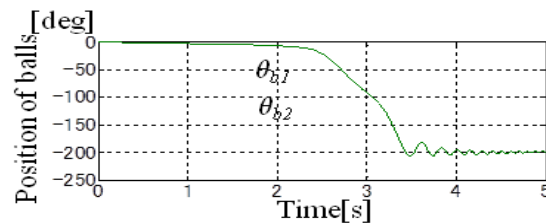
In Fig. 4.7 (a), the standardized whirling amplitude W_r/e increases gradually with the increase in the rotation speed $d\psi/dt$ and has a maximum value (amplitude is about 62) immediately after the variable speed period of 0.5 seconds is completed (About 3.3 seconds time point). Compared with Fig. 4.1 (a), the standardized whirling amplitude is increased by $62-55 = 7$. In Fig. 4.7 (b), the driving force F_{di} acting on the balance ball at about 3.3 seconds time point also reaches a peak (about 0.07 [N]) the same as Fig. 4.7 (a). Fig. 4.7 (c) shows that the balance balls move in the vicinity of about -180 degrees and the residual balance is eliminated by influence on these the standardized whirling amplitude and the driving force.



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force on Balancing Balls



(c) Ball position

Fig. 4.7 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

Figure 4.8 shows schematically the movement of the balancing balls which corresponds to the case of Figure 4.7. As both of the balance balls has reached the diagonal position of the unbalance G, residual balance is eliminated.

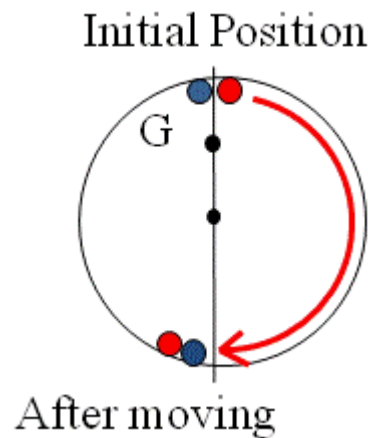
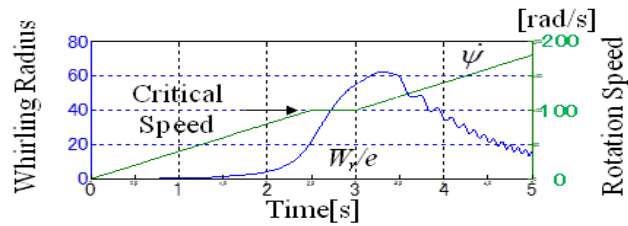
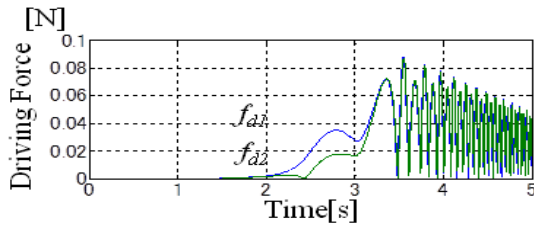


Fig. 4.8 Movement of Balance Balls with Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

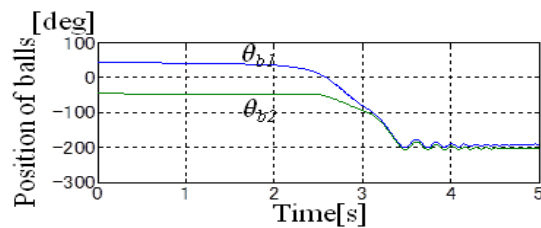
Fig. 4.9 shows the case where the initial ball position is 45 degrees and -45 degrees. Compared Fig. 4.9 (a) with Fig. 4.7 (a), the magnitude and the state of change over time of the standardized whirling amplitude W_r/e are approximately equal. On the other hand, in Fig. 4.9 (b), the magnitude and the state of change over time of the driving force F_{di} acting on the balls are different in every ball to the point about three seconds, but after that, both the magnitude and the state of change over time are approximately equal. As a result, as shown in Fig. 4.9 (c), two balls are able to move in the vicinity of about -180 degrees after the point about three seconds.



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force on Balancing Balls



(c) Ball position

Fig. 4.9 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = -45 \text{ deg}$)

Figure 4.10 shows schematically the movement of the balancing balls which corresponds to the case of Figure 4.8. As both of the balance balls has reached the diagonal position of the unbalance G, residual balance is eliminated.

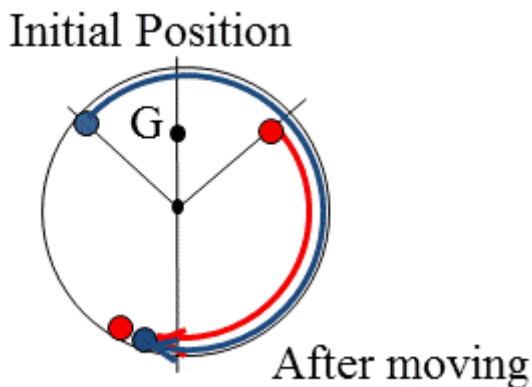


Fig. 4.10 Movement of Balance Balls with Rotation Speed Profile (Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = -45 \text{ deg}$)

Fig. 4.11 shows the case where the initial ball position is 45 degrees and 90 degrees. In this case, both of two balls are able to move smoothly in the vicinity of -180 degrees. Compared Fig. 4.11 (a) with Fig. 4.7 (a), the magnitude and the state of change over time of the standardized whirling amplitude W_r/e are larger at about 3.3 second time point in Fig. 4.11 (a). On the other hand, in Fig. 4.11 (b), the magnitude and the state of change over time of the driving force F_{di} acting on the balls is almost the same. In Fig. 4.11 (b), the driving forces F_{di} acting on the balance balls are almost the same and the peak values of the driving forces at about 3.3 second time point is about 0.08 [N], which is a bit larger than the value of about 0.07 [N] in the case of Fig. 4.7 (b) and Fig. 4.9 (b). As a result, as shown in Fig. 4.11 (c), two balls are able to move in the vicinity of about -180 degrees with the movement about the same.

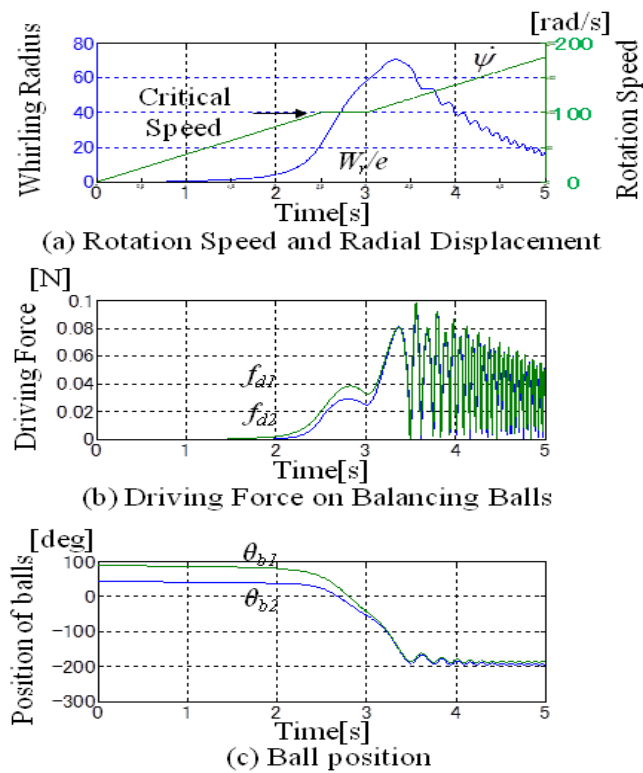


Fig. 4.11 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 90 \text{ deg}$)

Figure 4.12 shows schematically the movement of the balancing balls which corresponds to the case of Figure 4.11. As both of the balance balls has reached the diagonal position of the unbalance G, residual balance is eliminated.

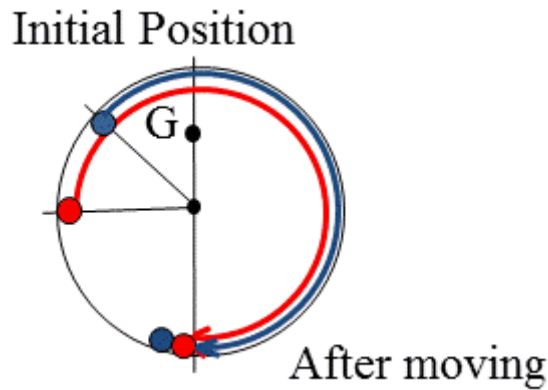
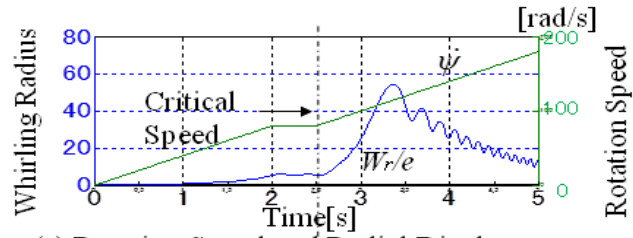


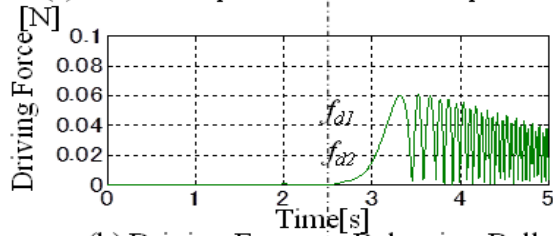
Fig. 4.12 Movement of Balance Balls with Rotation Speed Profile
 (Initial Position $\theta_{b1} = 45 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 90 \text{ deg}$)

In Fig. 4.7, Fig. 4.9 and Fig. 4.11, the start time of the variable speed period is made to match the time when the motor speed reaches the critical speed. In the following, it is examined the case that the variable speed period starts before and after the critical speed.

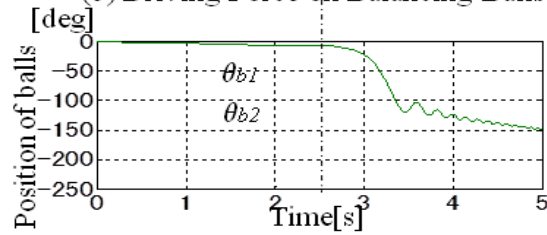
Figure 4.13 and Figure 4.14 is the case where the constant acceleration is performed in the acceleration again after the constant speed period (t_c) of 0.5sec before or after when it reaches the critical speed. Figure 4.13 shows the case in which the constant speed period (t_c) is started at a timing earlier than the spindle motor reaches the critical speed, i.e., $2.0 \text{ sec} < t_c < 2.5 \text{ sec}$. Figure 4.14 shows the case in which the constant speed period (t_c) is started at a timing later than the spindle motor reaches the critical speed, i.e., $3.0 \text{ sec} < t_c < 3.5 \text{ sec}$. It can be seen that the phase angle of rotation of the balls does not reach the neighborhood of -180 degrees immediately in both cases of Fig. 4.13 and Fig. 4.14.



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

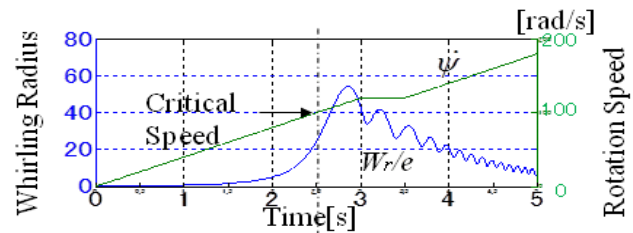


(b) Driving Force on Balancing Balls

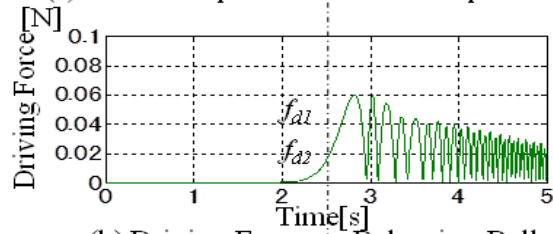


(c) Ball position

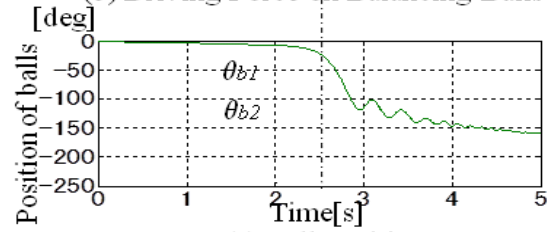
Fig. 4.13 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $2.0 \text{ s} < t_c < 2.5 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force on Balancing Balls



(c) Ball position

Fig. 4.14 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $3.0 \text{ s} < t_c < 3.5 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

4. 3 SIMULATION OF RESIDUAL BALANCE

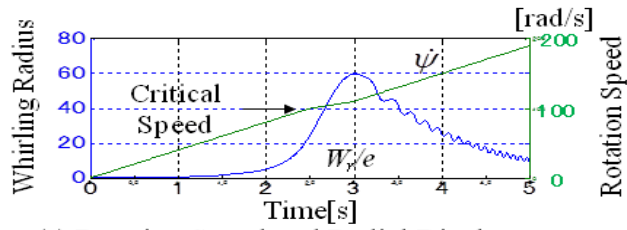
- ACCELERATION IS CONSTANT DURING VARIABLE SPEED PERIOD AT ROTATION SPEED PROFILE CONTROL -

The motor is accelerated from stand still at a constant acceleration i.e., $d\psi/dt = \alpha t$ (acceleration $\alpha = \text{constant}$). In the variable speed period following thereafter, a constant acceleration (the magnitude of the acceleration is set to the half of the initial acceleration, i.e., $\alpha_c = 20 \text{ [rad/s}^2\text{]}$) is provided by 0.5 seconds from the time when it reaches the critical speed. After that, a constant acceleration (of the same magnitude as the beginning) is performed again. Figure 4.15 shows the simulation result. Where the initial phase of the balance ball is set to be 0 degree.

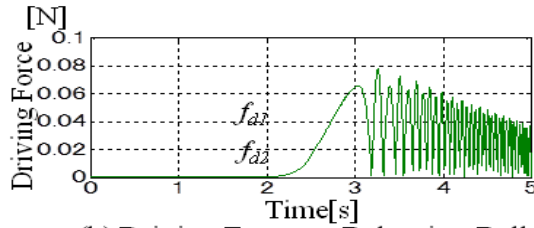
The results in Fig. 4.15 is compared to the case of Fig. 4.7 which is set the variable speed period to a constant speed. In Fig. 4.15 (a), the peak value of the standardized whirling amplitude W_r/e is almost the same as the case of Fig. 4.7 (a). But about the state of change over time, in Fig. 4.15 (a), it reaches a peak value at about 3.0 seconds time point, which is faster than the case of Fig. 4.7 (a). About the magnitude and the state of change over time of the driving force F_{di} acting on the balls, in Fig. 4.7 (b), the force seems to be dispersed as the shape is like a twin hump. On the other hand, in Fig 4.15 (b), it reaches a peak by increasing continuously and smoothly from about 2.5 seconds time point up to about 3.0 seconds. As a result, as shown in Fig. 4.15 (c), two balls are able to move in the vicinity of about -180 degrees faster than the case of Fig. 4.7 (c).

The figure that shows schematically the movement of the balancing balls is omitted since the same as Fig. 4.8.

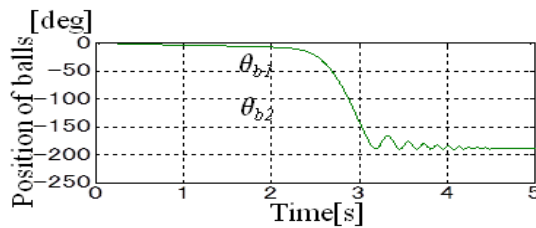
Figure 4.16 shows the case in which the magnitude of the acceleration of the variable speed period is made into the quarter of the initial acceleration, i.e., $\alpha_c = 10 \text{ [rad/s}^2\text{]}$. Further, Figure 4.17 shows the case in which the magnitude of the acceleration of the variable speed period is made into the three quarter of the initial acceleration, i.e., $\alpha_c = 30 \text{ [rad/s}^2\text{]}$. Compared to Fig. 4.15 (c) - Fig. 4.17 (c), the smaller the magnitude of the acceleration in the variable speed period, the greater the magnitude of the phase of the ball. The reason is that in each of the figures (b), the peak value of the driving force F_{di} hardly changes, but the time to be in peak has become slower as the acceleration α_c is small. It appears therefore to be encouraging the ball moving immediately after the auto-balancer has passed through the critical speed.



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

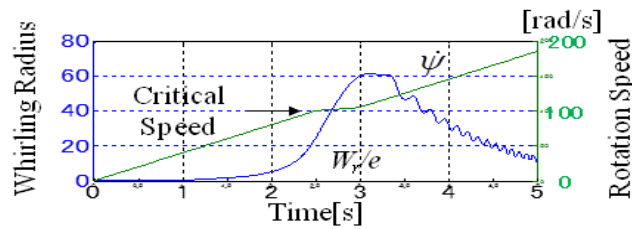


(b) Driving Force on Balancing Balls

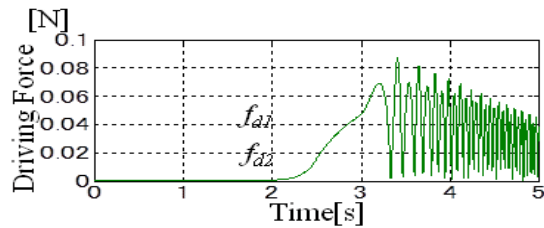


(c) Ball position

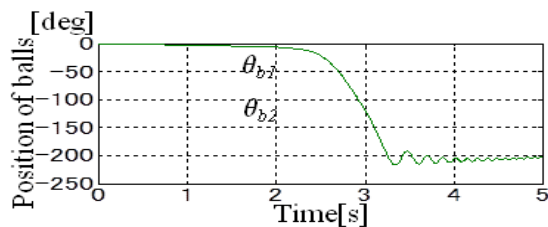
Fig. 4.15 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant acceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$ ($\alpha_c = 20 \text{ [rad/s}^2\text{]}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

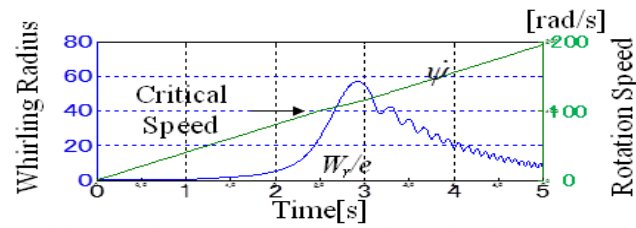


(b) Driving Force on Balancing Balls

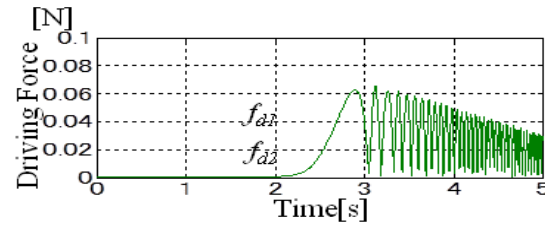


(c) Ball position

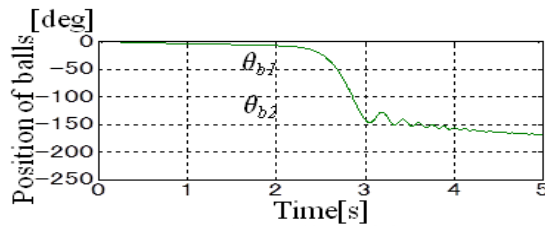
Fig. 4.16 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant acceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$ ($\alpha_c = 10 \text{ [rad/s}^2\text{]}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force on Balancing Balls

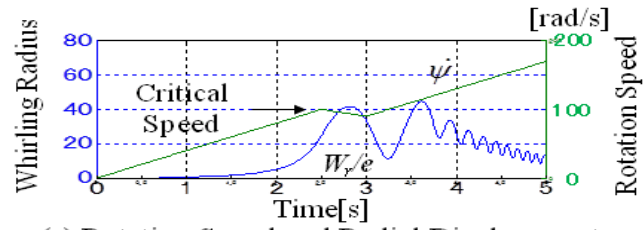


(c) Ball position

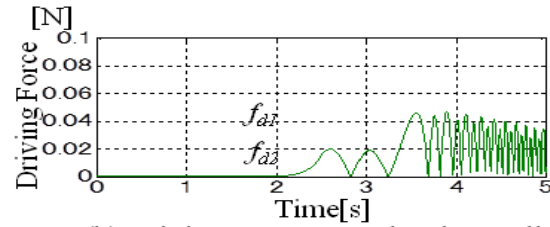
Fig. 4.17 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant acceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$ ($\alpha_c = 30 \text{ [rad/s}^2\text{]}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

In Fig 4.18, a constant deceleration (the absolute value of the deceleration is set to the half of the initial acceleration, i.e., $\alpha_c = -20 \text{ [rad/s}^2\text{]}$) is provided in the variable speed period by 0.5 seconds from the time when it reaches the critical speed. After that, a constant acceleration (of the same magnitude as the the beginning) is performed again. Once the deceleration is performed in the variable speed period , the standardized whirling amplitude W_r/e and the driving force F_{di} ,so the movement of the balls is inhibited in reverse.

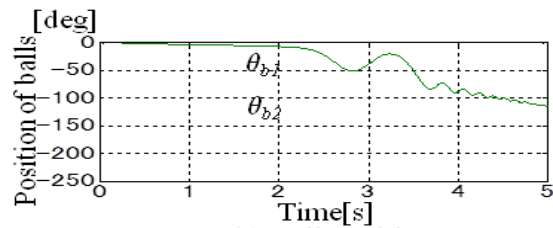
To summarize the above, it is possible to control the extent of movement of the balls by varying the magnitude of the acceleration in the variable speed period of the rotation speed profile control. However, when decelerating in the variable speed period, the movement of the balls would be inhibited in reverse.



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force on Balancing Balls



(c) Ball position

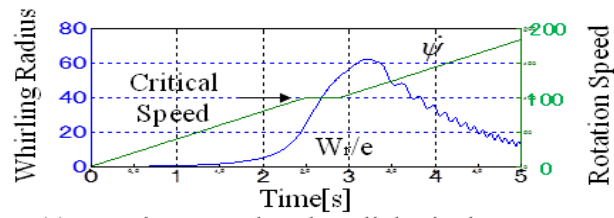
Fig. 4.18 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant deceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.0 \text{ s}$ ($\alpha_c = -20 \text{ [rad/s}^2\text{]}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

4. 4 OPTIMIZATION OF VARIABLE SPEED PERIOD AT ROTATION SPEED PROFILE CONTROL

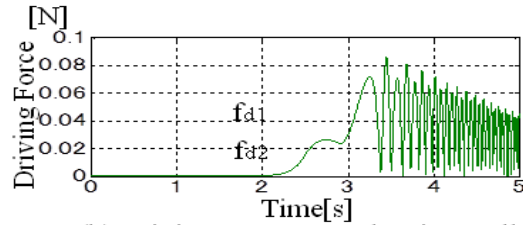
On an optical disc drive equipped with automatic balancers, positioning of the balance ball is performed according to the magnitude of unbalance of the disc in the initial learning process when replacing the disc. Here the condition of the variable-speed period is examined for the balance ball to converge near -180 degrees fastest, in the case of using the rotation speed profiles for accelerating the spindle motor. It is necessary to reduce the time required for initial learning on the optical disc when the balls are positioned.

Fig. 4.19 and Fig. 4.20 show the simulation results in the case of a variable-speed period of 0.4 s and 0.6 s in order to seek the conditions under which the balls are moved in the vicinity of -180 degrees faster in the case of a constant speed as described in Section 4.2. In the case of a variable-speed period of 0.5 s, the settling period, which is the time from the start time of the variable-speed period until the balls move to -180 degrees first, is 0.86 s. In the case of a variable-speed period of 0.4 s and 0.6 s, the settling period is 0.77 s and 0.91 s respectively. That is, within the setting of the variable-speed period of the three, the case of 0.4 seconds reaches -180 degrees earliest.

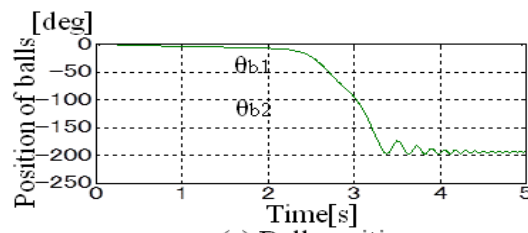
Fig. 4.21 and Fig. 4.22 show the simulation results in the case of a variable-speed period of 0.4 s and 0.6 s in order to seek the conditions under which the balls are moved in the vicinity of -180 degrees faster in the case of a constant acceleration as described in Section 4.3. In the case of a variable-speed period of 0.5 s, the settling period is 0.58 s. In the case of a variable-speed period of 0.4 s and 0.6 s, the settling period is 0.88 s and 0.59 s respectively. That is, within the setting of the variable-speed period of the three, the case of 0.5 seconds reaches -180 degrees earliest.



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

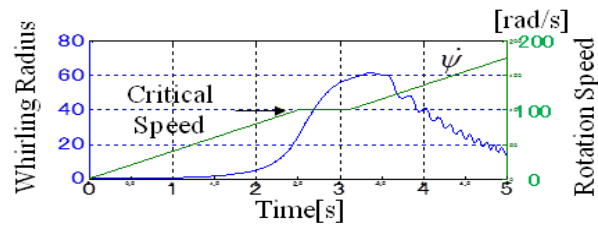


(b) Driving Force on Balancing Balls

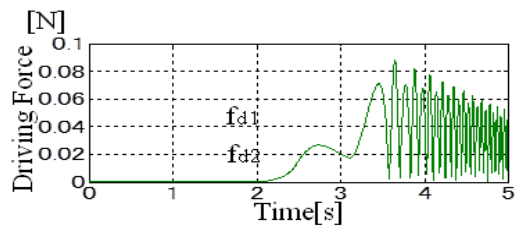


(c) Ball position

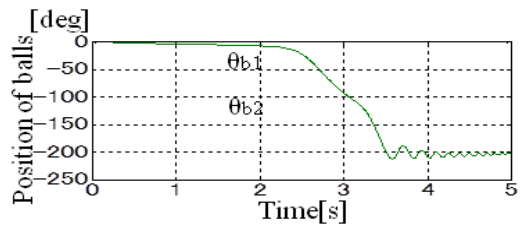
Fig. 4.19 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $2.5 \text{ s} < t_c < 2.9 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

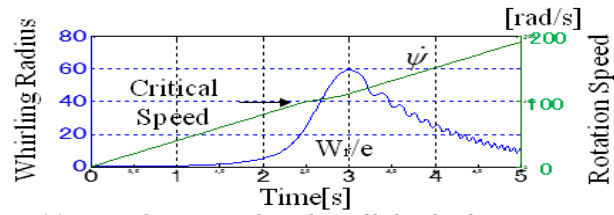


(b) Driving Force on Balancing Balls

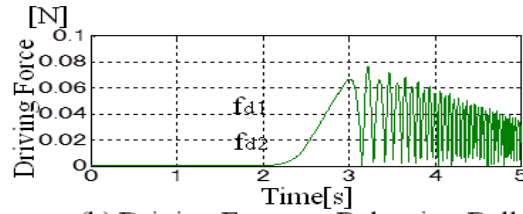


(c) Ball position

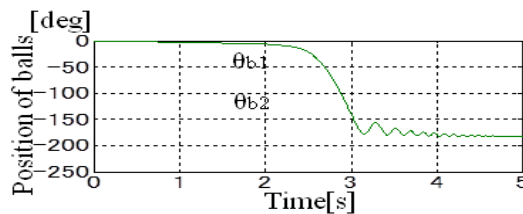
Fig. 4.20 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant speed during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.1 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

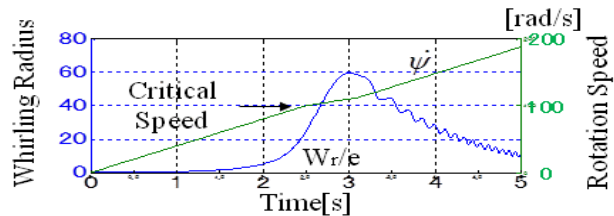


(b) Driving Force on Balancing Balls

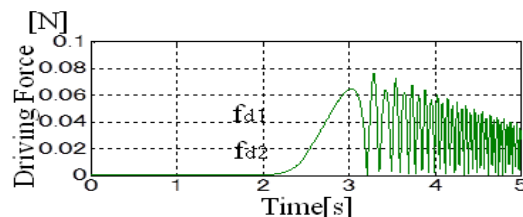


(c) Ball position

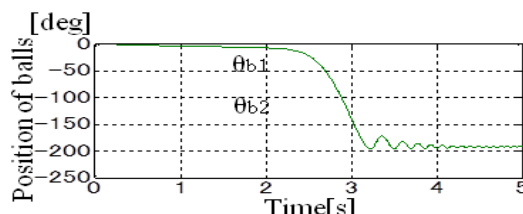
Fig. 4.21 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant acceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 2.9 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force on Balancing Balls



(c) Ball position

Fig. 4.22 Time histories with Rotation Speed Profile in case of constant acceleration during $2.5 \text{ s} < t_c < 3.1 \text{ s}$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

Fig. 4.23 summarizes these simulation results in a graph. In addition to the results performed in Fig. 4.19 through Fig. 4.22, the case of 0.7 seconds in variable-speed period is simulated in the same way. The horizontal axis represents the variable-speed period and vertical axis represents the settling period for the balance ball to converge near -180 degrees fastest.

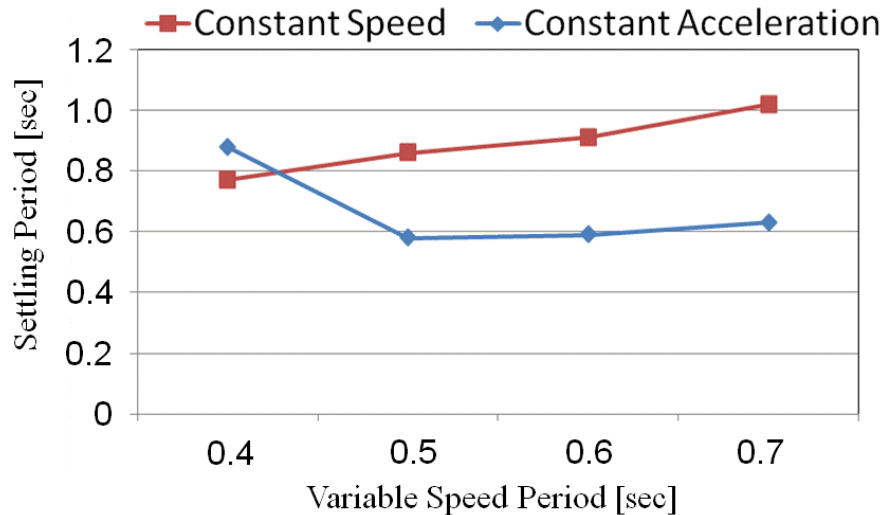


Fig. 4.23 Settling Period vs Constant Period with Rotation Speed Profile in case of constant speed and constant acceleration (Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

Fig. 4.23 shows the following results. In the case of constant speed the balls move to -180 degrees the fastest when the period is 0.4 s. In the case of constant acceleration the balls move to -180 degrees the fastest when the period is 0.5 s. The balls move faster when there is constant acceleration than when there is constant speed except in the period of 0.4 s.

Previously the optimal value of the variable-speed period was determined by trial and error experimentally. But the results of this study show that it can be estimated in a simulation. Therefore, It has taken a lot of time and effort. A result of the examination of this paper, it becomes possible to estimate on the basis of the simulation, by modeling the optical disc drive equipped with an auto-balancer. Therefore, it is possible to reduce the time and effort.

4. 5 HOW TO SET VARIABLE SPEED PERIOD IN TYPICAL PHYSICAL PARAMTERS

The simulation performed in this section above have been carried out by setting the physical parameter values on the assumption for an auto-balancer mounted on an optical disc drive. However, what is stated in this paper is not necessarily limited to this physical parameter value.

This section describes on what concept the start time (t_s), the end time (t_e), and the constant speed period ($t_c = t_e - t_s$) of the rotation speed profile should be designed when the condition of the physical parameters of the auto-balancer and optical disc drive has changed. However, an approach to analyze by equations is thought to be difficult since the models provided here include various nonlinear conditions. Therefore, in the following, an approach is taken how should the variable-speed period be changed when each physical parameter value changes, based on the physical parameter values and the variable-speed period determined in response to the physical parameter values which were set at the beginning of this section. It should be noted that in this section is dealt with the case of a constant speed in variable-speed period as set forth in Section 4.2. In the case of a constant acceleration in variable-speed period as set forth in Section 4.3, it can be determined by the same concept as the following.

First of all, reference data is shown in Fig. 4.24 and Fig. 4.25.

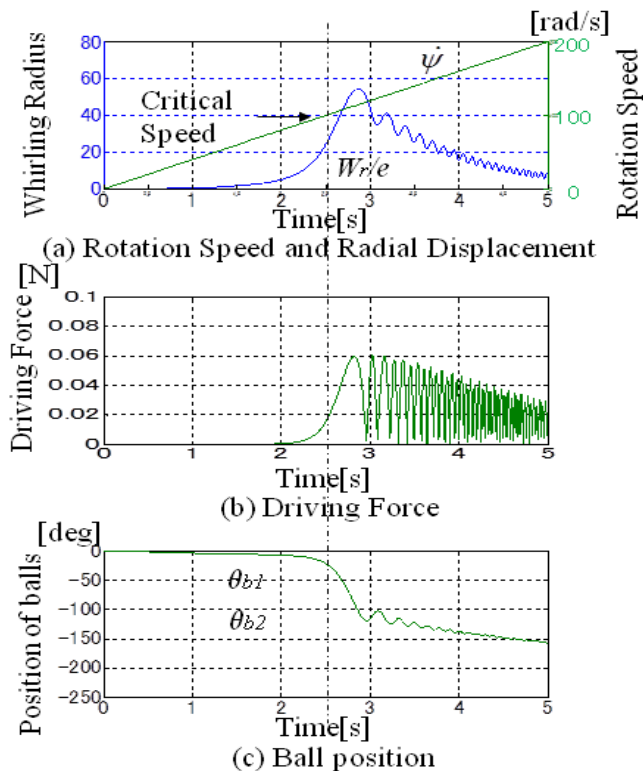


Fig. 4.24 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

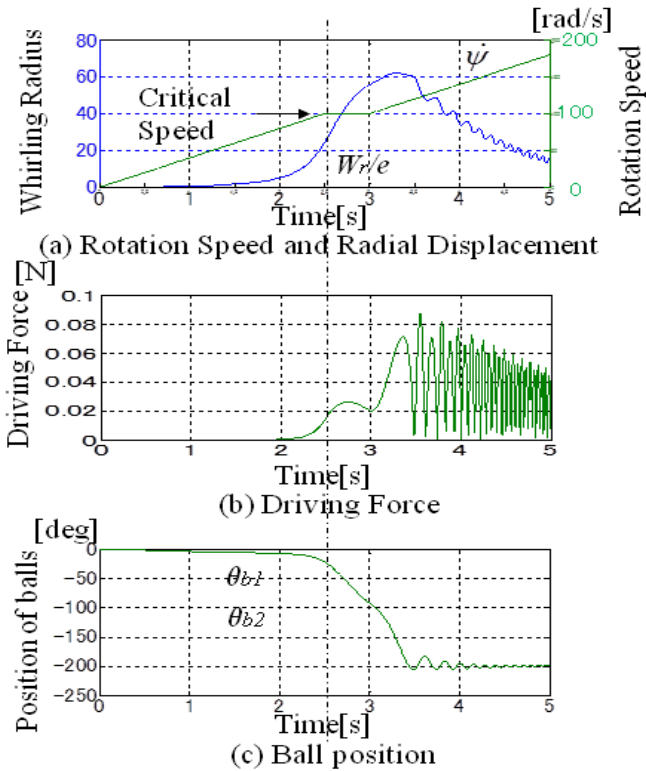


Fig. 4.25 Time histories with Rotation Speed Profile
 (Contant Speed Period $2.5s < t_c < 3.0s$) (Initial Position $\theta_{b1}=0deg, \theta_{b2}=0deg$)
 $M=0.1kg, R=1cm, k=1000N/m, c=0.2Ns/m, e=100\mu m, a=1mm, m=1g, \beta_b=0.000001,$
 $c_b=1Ns/m$

Figure 4.24 is the case of without rotation speed profile and Figure 4.25 is the case with rotation speed profile respectively.

(1) When the mass M of the spindle motor is changed

(In the following refer to Fig. 4.26 in the case of without rotation speed profile, and refer to Fig. 4.27 and Fig. 4.28 in the case of with rotation speed profile)

The critical speed ω_n is expressed by the Equation (4-1).

$$\omega_n = \sqrt{k/M} \tag{4-1}$$

Based on the Eq. (4-1), when the mass M is large, the critical speed becomes smaller in inverse proportion to the square root of M .

Meanwhile, after the number of revolutions is gradually increased, it is set as the start time t_s of the variable-speed period when the rotation speed reaches the critical speed ω_n . Therefore, as the critical speed ω_n becomes smaller, the start time t_s is also reduced. Therefore, the start time (t_s) is set to be inversely proportional to the square root of the change rate of M compared with the value of the reference value. In other words, when the mass M becomes doubled, the start time t_s is to be $1/\sqrt{2}$ times. In Fig. 4.26 (a), the time to reach the critical speed ω_n (= the start time t_s of the variable-speed period) is 2.5 seconds /

$\sqrt{2}=1.77$ seconds. Further, the peak value of the standardized whirling amplitude W_r/e is about 1/2 times as compared with the case in Fig. 4.24 (a). As a result, the peak value of the ball driving force f_{di} in Fig.26 (b) is quite small and about 1/3 times less than the Fig. 4.24 (b).

It is assumed that the end time (t_e) of the variable-speed period before increasing the mass M has been already optimized for the mass M as a reference using the way described in the previous section. If the value of the mass M is increased, the end time (t_e) is obtained as the inverse square root of the increased ratio of mass M . In other words, if doubling the mass M , end time t_e will be $1 / \sqrt{2}$ times for the value that has been previously optimized. In Fig. 4.27 (a), the end time t_e has 3.0 seconds / $\sqrt{2} = 2.12$ seconds. The peak value of the standardized whirling amplitude W_r/e is approximately 2/3 times to the peak value of Fig. 4.25 (a). But the peak value of the driving force f_{di} in Fig. 4.27 (b) is quite small and about 2/3 times that of Fig.4.25 (b). The ball is moving to just about -100 degrees. In other words, balance effect (= the effect that an auto-balancer cancels the imbalance due to mass eccentricity by using the balance balls) of the auto-balancer is missing. Therefore, in order to get the balance effect, it is necessary to increase the driving force of the balls by increasing the mass m of the ball (2 times in this case) in proportion to the change rate of the mass M as shown in Fig. 4.28.

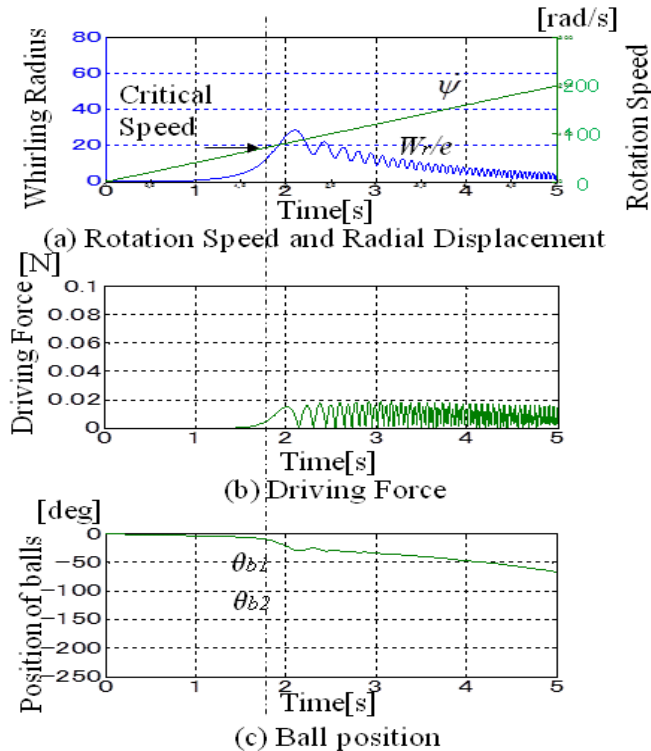


Fig. 4.26 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.2\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$,

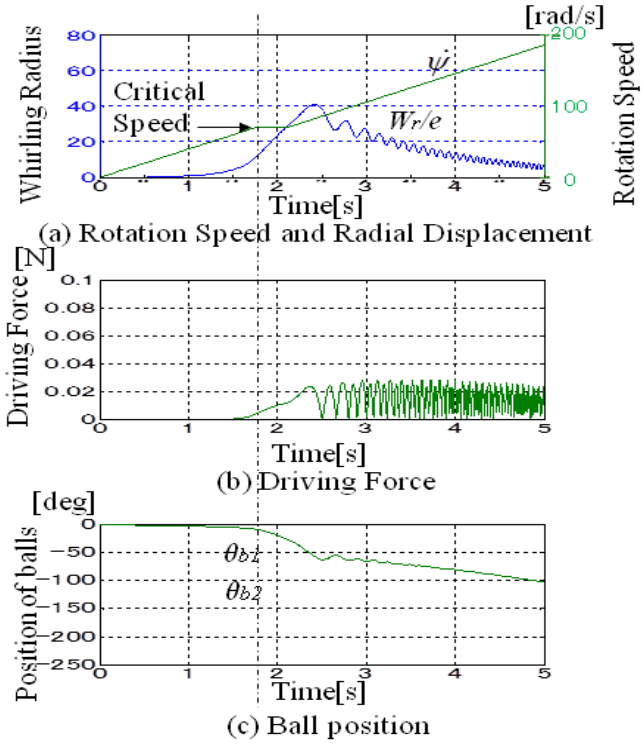


Fig. 4.27 Time histories with Rotation Speed Profile
 (Contant Speed Period $1.77\text{ s} < t_c < 2.12\text{ s}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0\text{deg}$, $\theta_{b2} = 0\text{deg}$)
 $M = 0.2\text{kg}$, $R = 1\text{cm}$, $k = 1000\text{N/m}$, $c = 0.2\text{Ns/m}$, $e = 100\mu\text{m}$, $a = 1\text{mm}$, $m = 1\text{g}$, $\beta_b = 0.000001$,
 $c_b = 1\text{Ns/m}$,

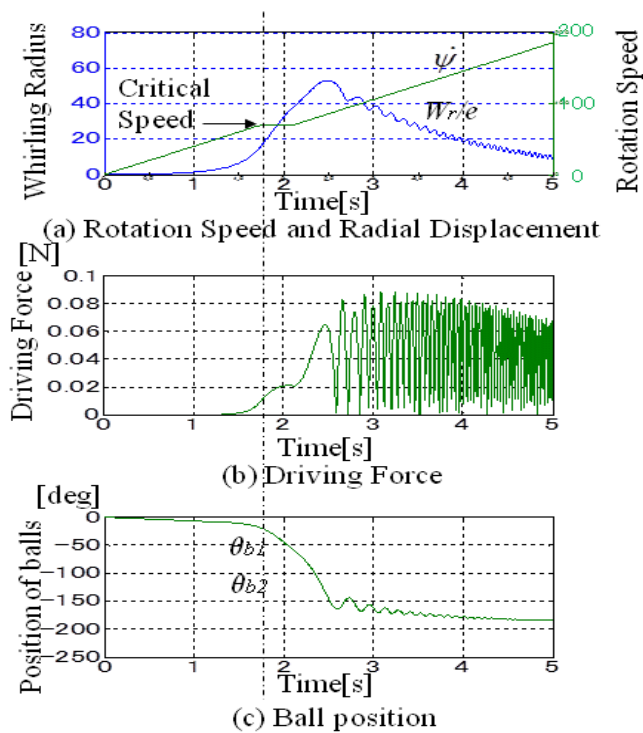


Fig. 4.28 Time histories with Rotation Speed Profile
 (Contant Speed Period $1.77\text{s} < t_c < 2.12\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0\text{deg}$, $\theta_{b2} = 0\text{deg}$)
 $M = 0.2\text{kg}$, $R = 1\text{cm}$, $k = 1000\text{N/m}$, $c = 0.2\text{Ns/m}$, $e = 100\mu\text{m}$, $a = 1\text{mm}$, $m = 2\text{g}$, $\beta_b = 0.000001$,
 $c_b = 1\text{Ns/m}$,

(2) When the spring k of the insulator is changed

(In the following refer to Fig. 4.29 in the case of without rotation speed profile, and refer to Fig. 4.30 and Fig. 4.31 in the case of with rotation speed profile)

Based on the Eq. (4-1), when the spring k is large, the critical speed ω_n becomes larger in proportion to the square root of the spring k .

Therefore, the start time (t_s) of the variable-speed period is set to be proportional to the square root of the change rate of spring k compared with the value of the reference value. In other words, when the spring k becomes doubled, the start time t_s is to be $\sqrt{2}$ times. In Fig. 4.29 (a), the time to reach the critical speed ω_n (= the start time t_s of the variable-speed period) is 2.5 seconds* $\sqrt{2}$ =3.54 seconds. Further, the peak value of the standardized whirling amplitude W_r/e is about 1.1 times as compared with the case in Fig. 4.24 (a). As a result, the peak value of the ball driving force f_{di} in Fig.29 (b) is quite large and about 1.8 times more than the Fig. 4.24 (b).

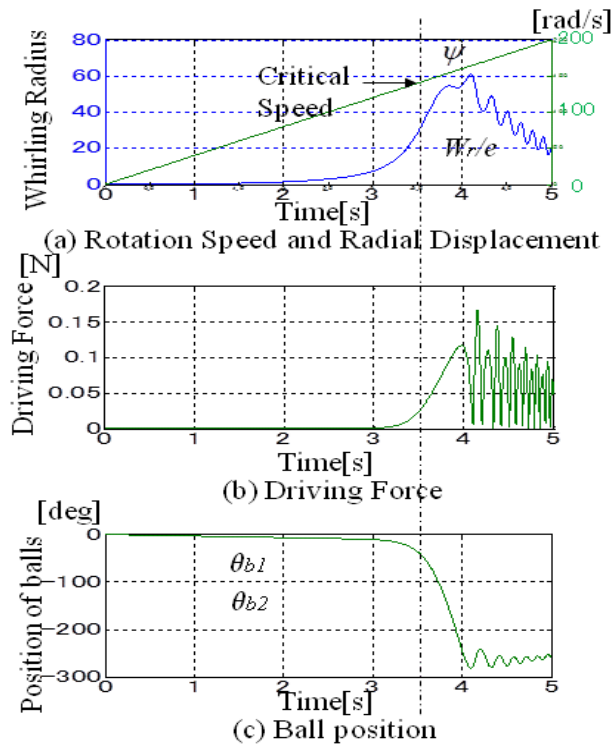


Fig. 4.29 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=2000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

It is assumed that the end time (t_e) of the variable-speed period before increasing the spring k has been already optimized for the spring k as a reference using the way described in the previous section. If the value of the spring k is increased, the end time (t_e) is obtained as the square root of the increased ratio of spring k . In other words, if doubling the spring k , end time t_e will be $\sqrt{2}$ times for the value that has been previously optimized. In Fig. 4.30

(a), the end time t_e has 3.0 seconds * $\sqrt{2} = 4.24$ seconds. The peak value of the standardized whirling amplitude W_r/e is approximately equal to the peak value of Fig. 4.25 (a). But the peak value of the driving force f_{di} in Fig. 4.30 (b) is quite large and about 1.5 times that of Fig.4.25 (b). As a result, since the balance effect of the auto-balancer is slightly excessive, the ball is moving to about -300 degrees greatly beyond -180 degrees. Therefore, in order to suppress the balance effect, it is necessary to decrease the driving force of the balls by reducing the mass m of the ball (1/2 times in this case) in inverse proportion to the change rate of the spring k as shown in Fig. 4.31.

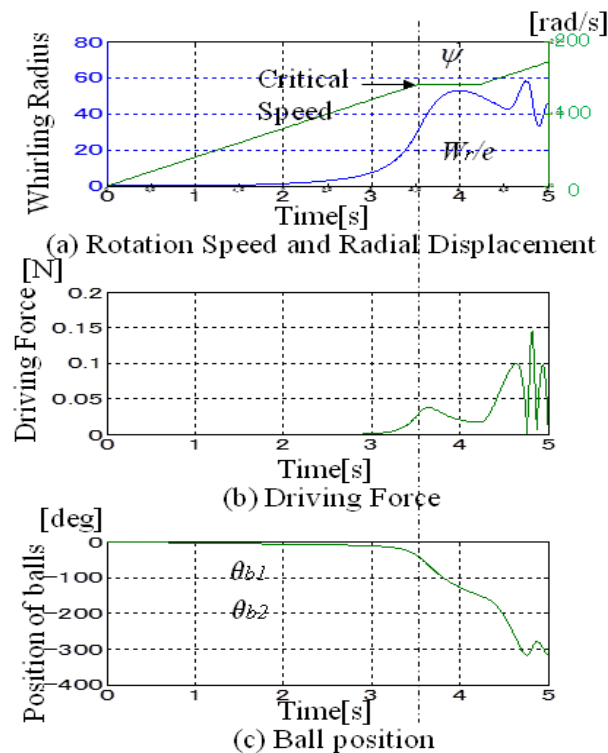


Fig.4.30 Time histories with Rotation Speed Profile
 (Contant Speed Period $3.54s < t_c < 4.24s$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0deg$, $\theta_{b2} = 0deg$)
 $M=0.1kg$, $R=1cm$, $k=2000N/m$, $c=0.2Ns/m$, $e=100\mu m$, $a=1mm$, $m=1g$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1Ns/m$

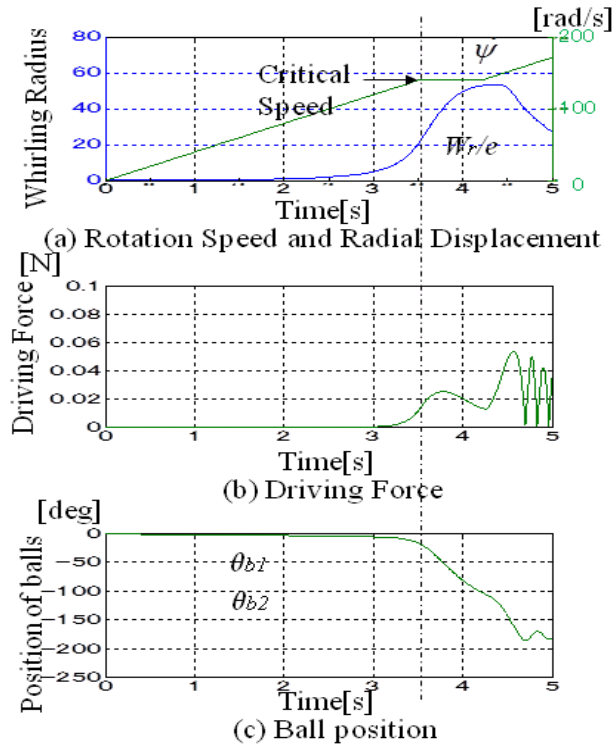


Fig. 4.31 Time histories with Rotation Speed Profile
 (Contant Speed Period $3.54s < t_c < 4.24s$) (Initial Position $\theta_{b1}=0deg, \theta_{b2}=0deg$)
 $M=0.1kg, R=1cm, k=2000N/m, c=0.2Ns/m, e=100\mu m, a=1mm, m=0.5g, \beta_b=0.000001,$
 $c_b=1Ns/m$

It is described about the parameters other than the mass M and the spring k in the following . The start time (t_s) is determined based on only the critical speed. So it does not depend on the parameters other than those. The end time (t_e) can be obtained for each parameter as follows.

(3) When the radius R of the rotor is changed

(In the following refer to Fig. 4.32 in the case of without rotation speed profile, and refer to Fig. 4.33 in the case of with rotation speed profile)

When the radius R of the rotor is increased (assuming the mass M is not increased), the whirling amplitude of the auto-balancer becomes large in proportion to it. The force acting on the balance balls also increases in proportion to it. But the distance of the ball travels (i.e., circumference) also increases in proportion to it, so the phase of the ball does not change much before increasing the radius R . So it is not necessary to change the end time (t_e).

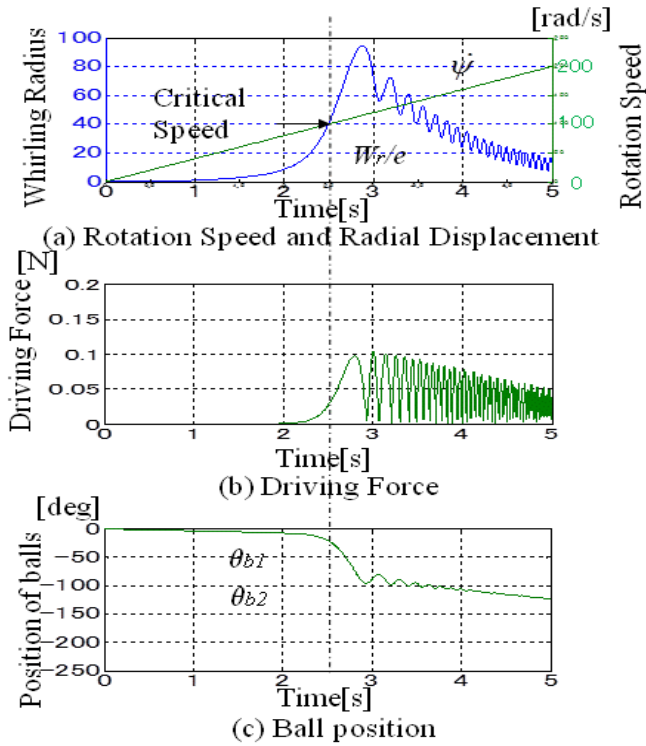


Fig. 4.32 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=2\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$,

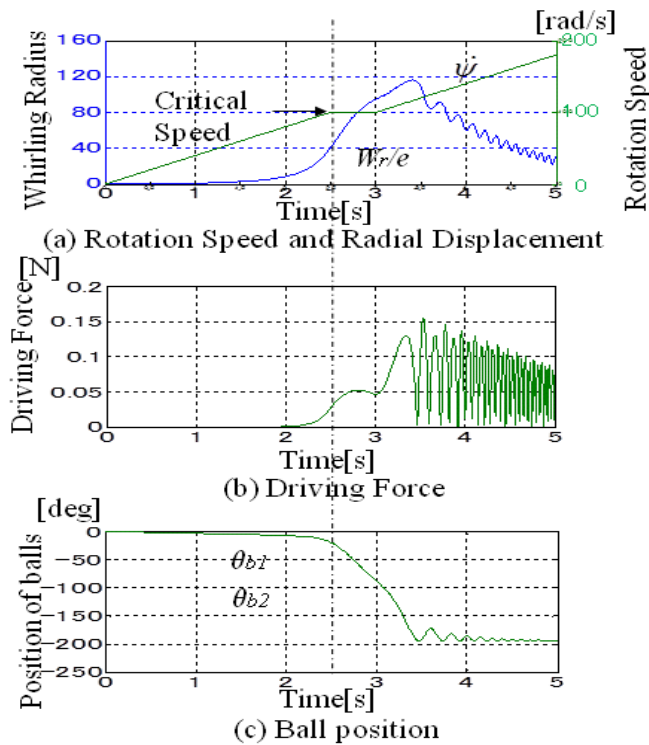


Fig. 4.33 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5\text{s} < t_c < 3.0\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=2\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

(4) When the damper c of the insulator is changed

(In the following refer to Fig. 4.34 in the case of without rotation speed profile, and refer to Fig. 4.35 in the case of with rotation speed profile)

The relationship between the end time (t_e) and the damper c of the insulators is not a simple proportional relationship. When the damper c is increased, the peak value of the standardized whirling amplitude W_r/e is suppressed. It can be obtained the same balancer effect to some extent by using the same start time (t_s) and end time (t_e) as before to increase the damper c . But, in order to obtain the balance effect strictly, it is necessary not only to adjust the end time (t_e) but also to increase the mass m of the balance balls. This adjustment can be obtained by simalon.

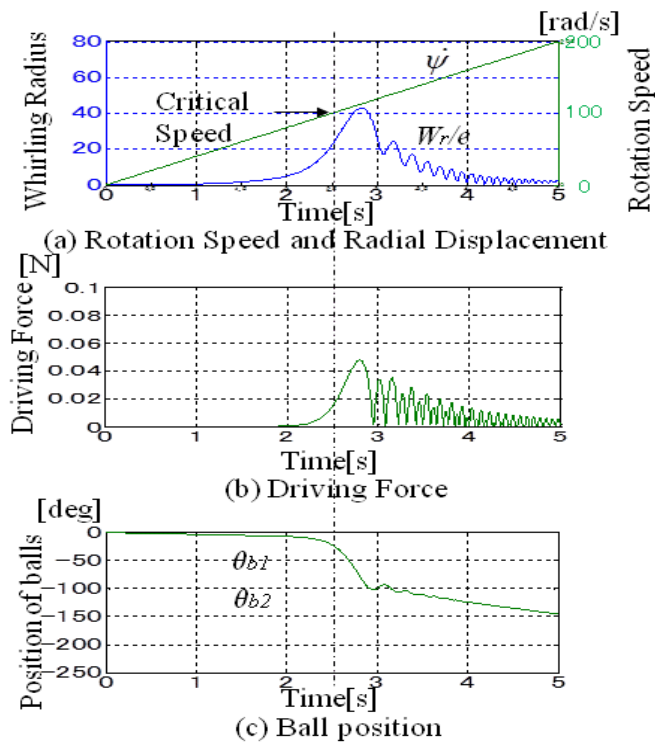


Fig. 4.34 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.4\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

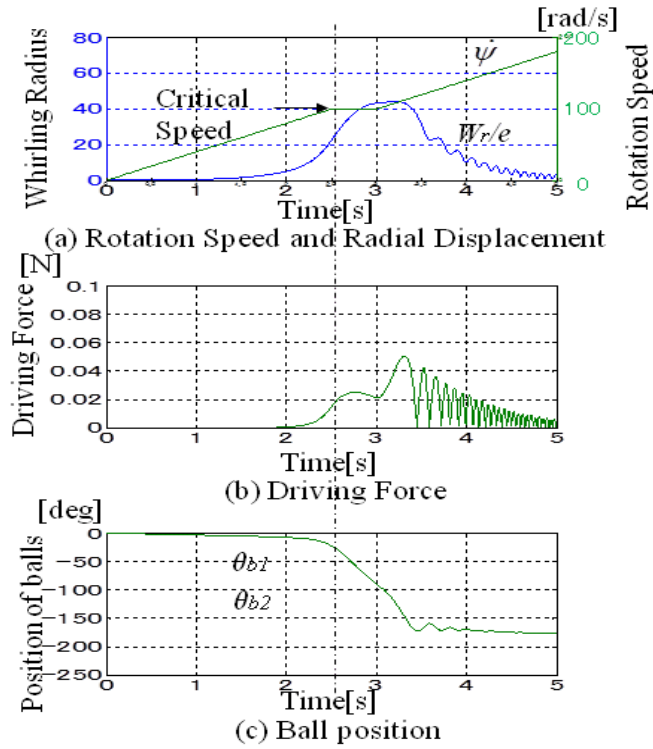


Fig. 4.35 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5s < t_c < 3.0s$) (Initial Position $\theta_{b1}=0deg$, $\theta_{b2}=0deg$)
 $M=0.1kg$, $R=1cm$, $k=1000N/m$, $c=0.4Ns/m$, $e=100\mu m$, $a=1mm$, $m=1g$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1Ns/m$

(5) When the eccentricity e of the disc is changed

(In the following refer to Fig. 4.36 in the case of without rotation speed profile, and refer to Fig. 4.37 in the case of with rotation speed profile)

When the eccentricity e is increased (to be double), the peak value of the standardized whirling amplitude W_r/e is decreased (in this case about 33). The whirling amplitude is about $33 * 200\mu m$ and it is about 1.3 times (about $53 * 100\mu m$) before increasing the eccentricity e . As a result, (as compared Fig. 4.36 (b) to Fig. 4.24 (b)), the peak value of the driving force is also increased from about 0.06 [N] to about 0.08 [N] (by about 1.3 larger). (As compared Fig. 4.36 (c) to Fig. 4.24 (c)) , the phase of the ball is also slightly larger. Therefore, the balance effect is slightly excessive, when the start time t_s and end time t_e are the same as before to increase the eccentricity e . It is necessary not only to adjust the end time (t_e) but also to decrease the mass m of the balance balls. This adjustment also can be obtained by simulaton.

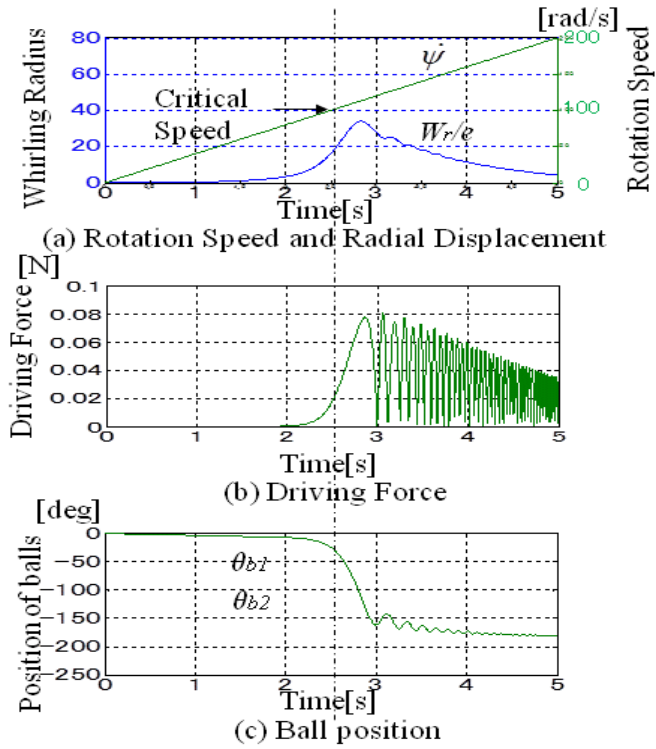


Fig. 4.36 Time histories without Rotation Speed Profile
(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=200\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

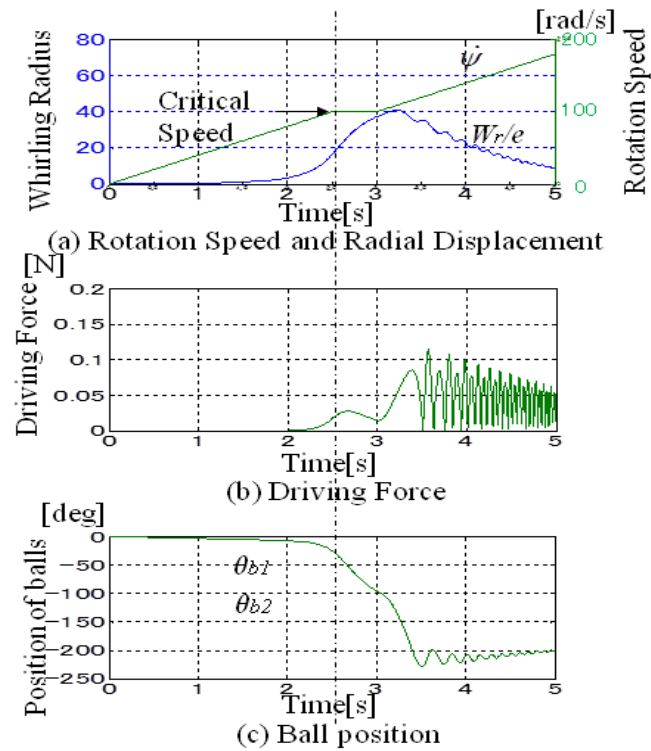


Fig. 4.37 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5\text{s} < t_c < 3.0\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=200\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

(6) When the radius a of the balance ball is changed

(In the following refer to Fig. 4.38 in the case of without rotation speed profile, and refer to Fig. 4.39 in the case of with rotation speed profile)

For the radius a of the balance balls (assuming the mass m of each ball does not change), it does not affect to the end time (t_e) as there is no influence on the balance effect.

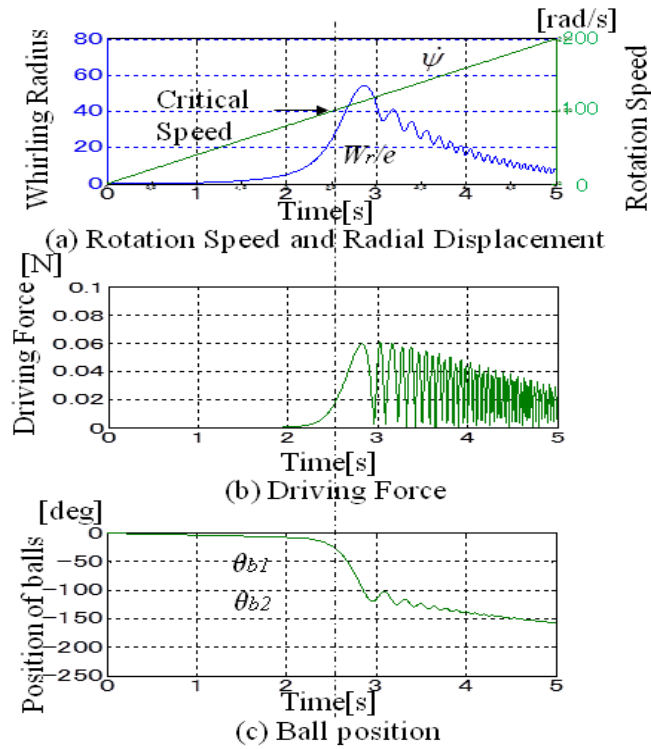


Fig. 4.38 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=2\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$, $c_b=1\text{Ns/m}$

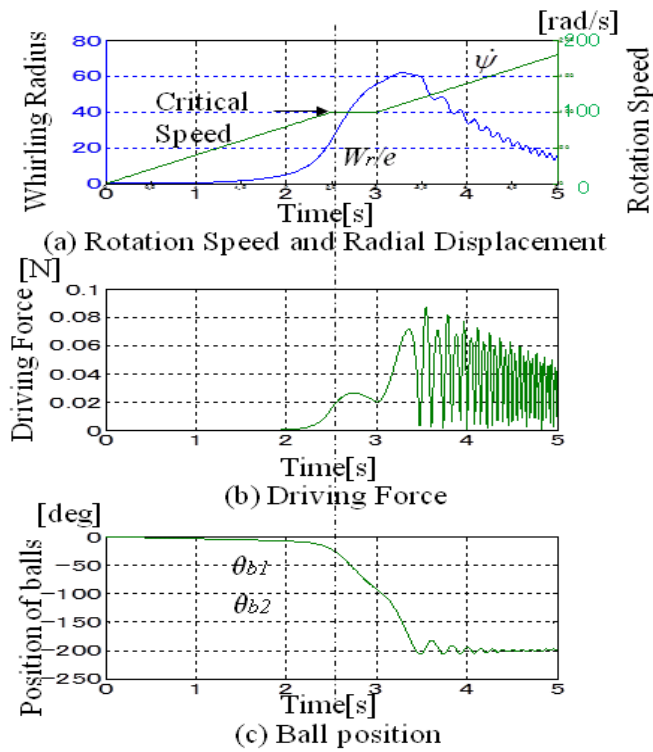


Fig. 4.39 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5s < t_c < 3.0s$) (Initial Position $\theta_{b1}=0deg$, $\theta_{b2}=0deg$)
 $M=0.1kg$, $R=1cm$, $k=1000N/m$, $c=0.2Ns/m$, $e=100\mu m$, $a=2mm$, $m=1g$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1Ns/m$

(7) When the mass m of the balance ball is changed

(In the following refer to Fig. 4.40 in the case of without rotation speed profile, and refer to Fig. 4.41 in the case of with rotation speed profile)

Increasing the mass m of the balance ball, the magnitude of the standardized whirling amplitude W_r/e is approximately twice and driving force is also increased twice, in comparison with Fig. 4.24. Therefore, phase of the balls turn to -600 degrees. In this case it is difficult to eliminate by only adjusting the end time t_e . It can be obtained the same balancer effect by using viscous drag coefficient of $c_b=4$ for the purpose of difficult to move the balance ball, even if start time (t_s) and the end time (t_e) are the same as before to increase the mass m of the ball.

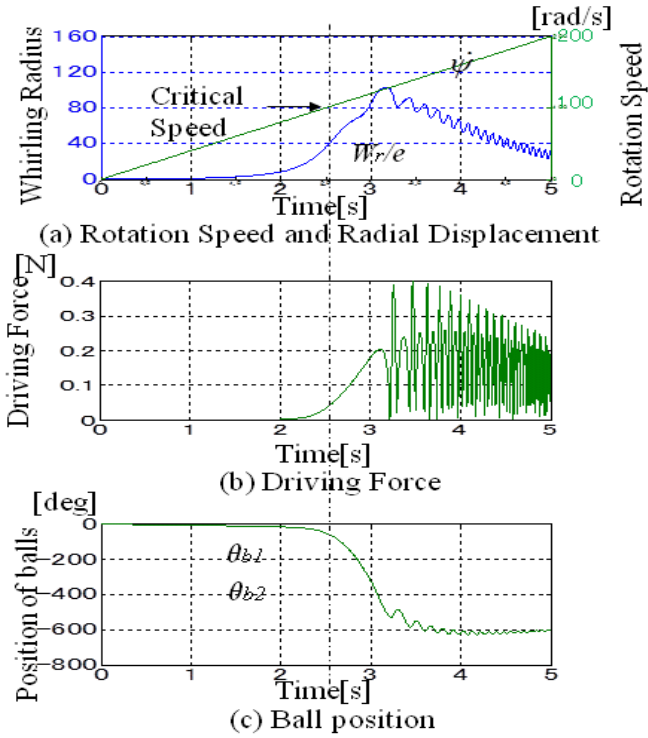


Fig. 4.40 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $\underline{m=2\text{g}}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$

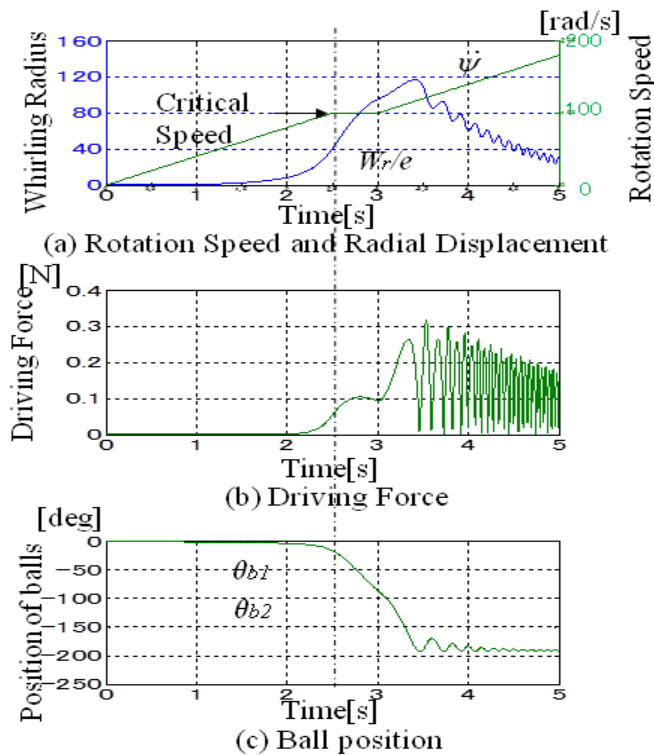


Fig. 4.41 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5\text{s} < t_c < 3.0\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $\underline{m=2\text{g}}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=4\text{Ns/m}$

(8) When the coefficient of friction β_b of the balance ball is changed

(In the following refer to Fig. 4.42 in the case of without rotation speed profile, and refer to Fig. 4.43 in the case of with rotation speed profile)

The coefficient of friction β_b of the ball prevent the movement of the balance balls. Therefore the balance effect of the auto-balancer is insufficient. However, the effect is so small by the number set here, so it can be obtained the same balancer effect at the same end time t_e .

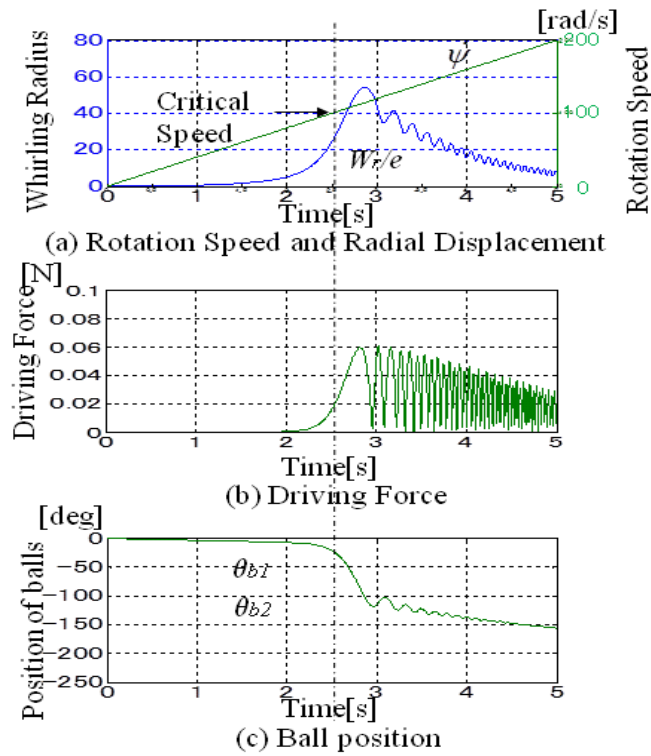
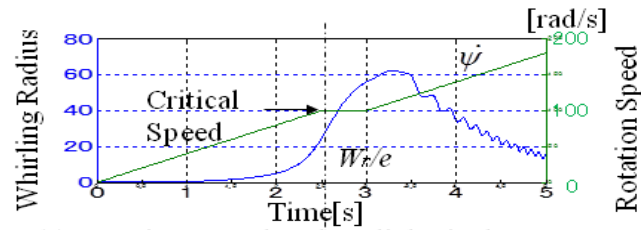


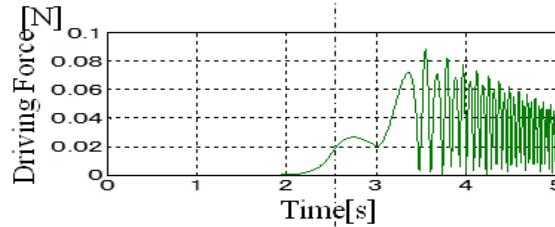
Fig. 4.42 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

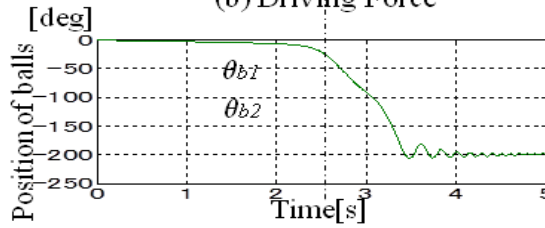
$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000002$,
 $c_b=1\text{Ns/m}$



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Driving Force



(c) Ball position

Fig. 4.43 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5s < t_c < 3.0s$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0deg, \theta_{b2} = 0deg$)

$M=0.1kg, R=1cm, k=1000N/m, c=0.2Ns/m, e=100\mu m, a=1mm, m=1g, \underline{\beta_b=0.000002}, c_b=1Ns/m$

(9) When the viscous drag c_b of the balance ball is changed

(In the following refer to Fig. 4.44 in the case of without rotation speed profile, and refer to Fig. 4.45 in the case of with rotation speed profile)

The viscous drag c_b of the ball prevent the movement of the balance balls. Therefore the balance effect of the auto-balancer is insufficient. It is not sufficient only to adjust the end time (t_e). It can be obtained the same balancer effect by increasing the mass m of the ball by about 1.3 times even if the same start time (t_s) and end time (t_e) as before to increase the viscous drag of the ball c_b .

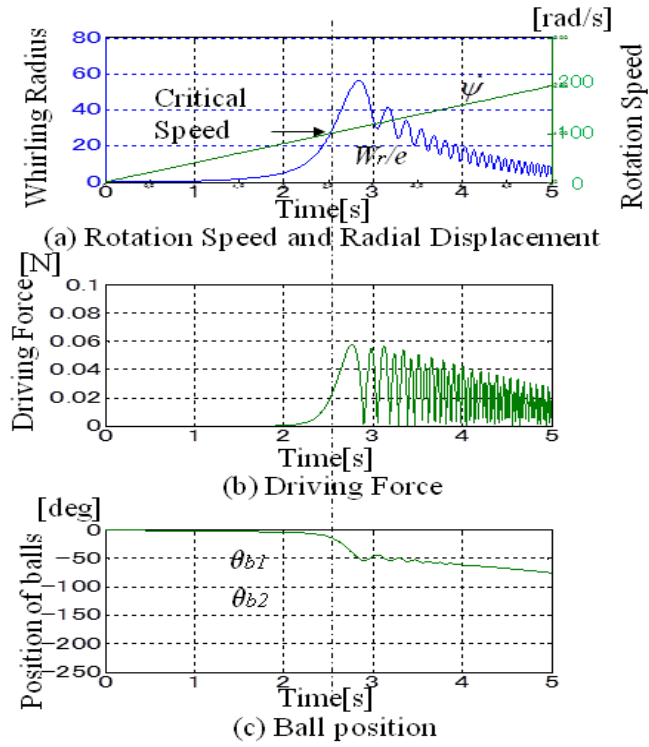


Fig. 4.44 Time histories without Rotation Speed Profile

(Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=1\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=2\text{Ns/m}$

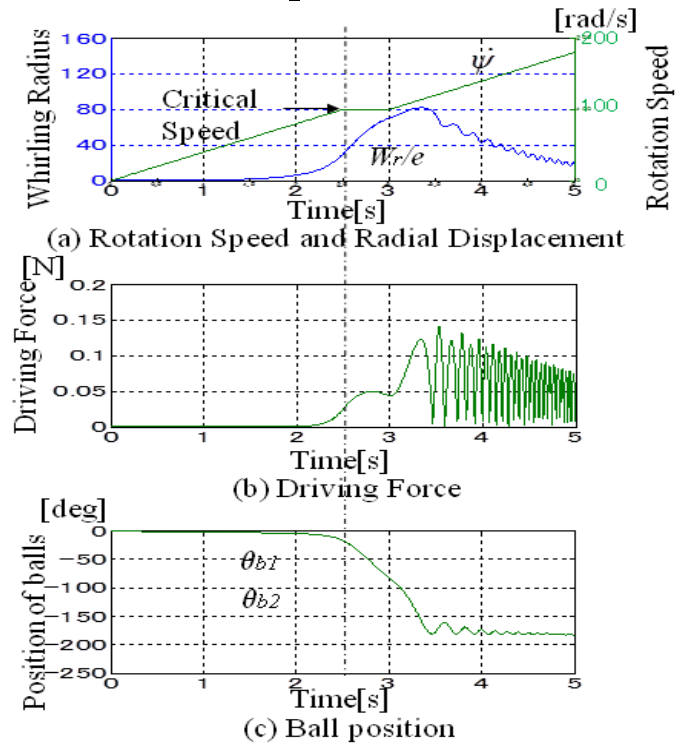


Fig. 4.45 Time histories with Rotation Speed Profile

(Contant Speed Period $2.5\text{s} < t_c < 3.0\text{s}$) (Initial Position $\theta_{b1}=0\text{deg}$, $\theta_{b2}=0\text{deg}$)

$M=0.1\text{kg}$, $R=1\text{cm}$, $k=1000\text{N/m}$, $c=0.2\text{Ns/m}$, $e=100\mu\text{m}$, $a=1\text{mm}$, $m=2\text{g}$, $\beta_b=0.000001$,
 $c_b=2\text{Ns/m}$

CHAPTER 5 ANALYSIS FOR REDUCING NON-SYNCHRONOUS MOTION

As described before, on the way to accelerate the motor of an auto-balancer to near the critical speed, there is a case that the balance balls are rotating non-synchronously with the motor, in other words, the balance balls revolve in the opposite direction of the motor. This is called a self-excitation mode. It causes vibrations due to mechanical resonance in the vicinity of the critical speed or causes noises due to the balance balls revolve along the annular portion of the auto-balancer.

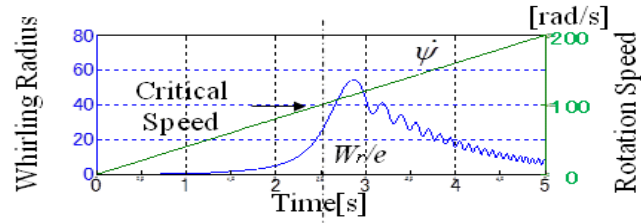
In this Chapter, Analyzes this phenomenon of non-synchronous rotation of the balance balls are analyzed. In order to reduce this phenomenon, numerical simulation is carried out using MATLAB for the equations of motion derived in Chapter 2 based on the nonstationary vibration model of equations from (2-9) to (2-13), where the parameters are set, as in Chapter 4 ,to $M=0.1$ [kg], $k=1000$, eccentricity of the disc $e=100$ [μm], $\omega_n=100$ [rad/s], $c=0.2$, $R=0.01$ [m], $cb=1$ and $\beta b=0.000001$.

5. 1 SIMILATION FOR NON-SYNCHRONOUS MOTION

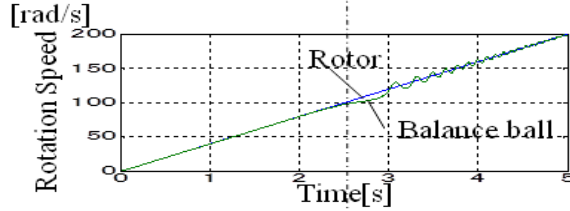
- WITHOUT USING ROTATION SPEED PROFILE CONTROL -

The spindle motor is accelerated from standstill by the constant acceleration i.e. $d\psi/dt=at$ (α =acceleration constant), The results of the simulation are shown from Fig. 5.1 to Fig. 5.3 as examples. It is accelerated at a constant acceleration along the entire time axis displayed. The (a) part of the figures shows the rotation speed of the rotor $d\psi/dt$ and the whirling radius W_r divided by the eccentricity e for normalization. The (b) part of the figures shows the rotation speed of the rotor and the rotation speed of the balance balls. The (c) part of the figures shows the phase angle θ_{bi} of the balance balls, i.e. position of the balls . In these cases initial phase of the two balance balls are set to be equal.

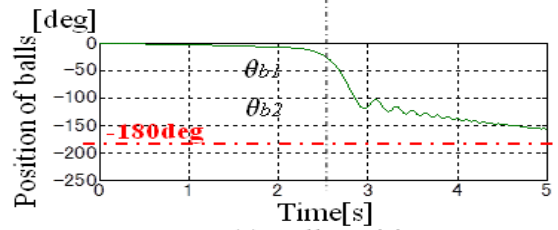
Figure 5.1 and Figure 5.2 show the case of the viscous drag coefficient $c_b = 1.0$. Figure 5.1 shows the case of the mass of the balance ball $m = 1\text{g}$. Figure 5.2 is the case of $m = 2\text{g}$. As shown in Fig. 5.1 (b) and Fig. 5.2 (b), the rotation speed of the balls lags behind the rotation speed of the rotor after the rotor passes through the critical speed. This means that the balls are rotating non-synchronously with respect to the rotor. As the mass m of the ball in Fig. 5.2 is greater than in Fig. 5.1, the delay of the rotation speed of the ball in Fig. 5.2 is greater than in Fig. 5.1. Further the position of the balls, with sufficient time has elapsed after passing through the critical speed, does not exceed -180 degrees in Fig. 5.1 (c). But in Fig. 5.2 (c), as the results of non-synchronous rotation, the position of the balls greatly exceeds -180 degrees and settles near -540 degrees, which is the next balanced position. In addition, the balanced position with respect to the mass eccentricity is present in an odd multiple of ± 180 degrees.



(a) Rotation Speed and Radial Displacement

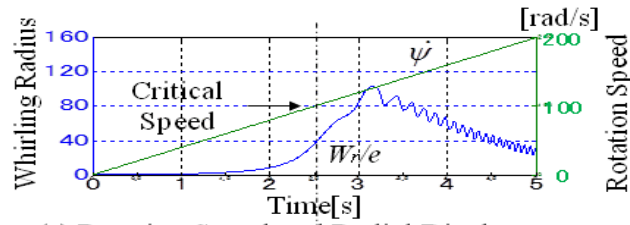


(b) Rotation Speed

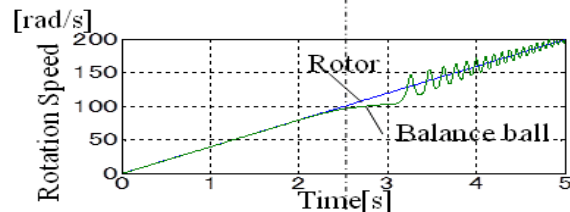


(c) Ball position

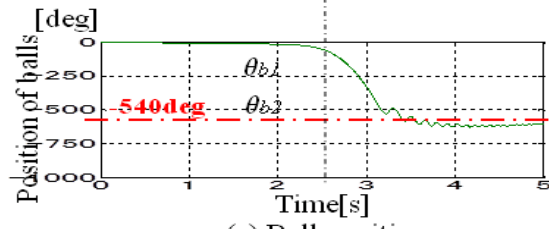
Fig. 5.1 Time histories without Rotation Speed Profile
 ($c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$, $m = 1 \text{ g}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)



(a) Rotation Speed and Radial Displacement



(b) Rotation Speed



(c) Ball position

Fig. 5.2 Time histories without Rotation Speed Profile
 ($c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$, $m = 2 \text{ g}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

Figure 5.3 shows the case of the viscous drag coefficient $c_b = 2.0$ and the mass of the balance ball $m = 2\text{g}$. Compared Fig. 5.3 with Fig. 5.2, when the viscous drag coefficient increases, the balls become difficult to move. Therefore the non-synchronous rotation of the balls is reduced as shown in Fig. 5.3 (b). Therefore, as shown in Fig. 5.3 (c), the position of the balls is suppressed to about -200 degrees which is the vicinity of -180 degrees.

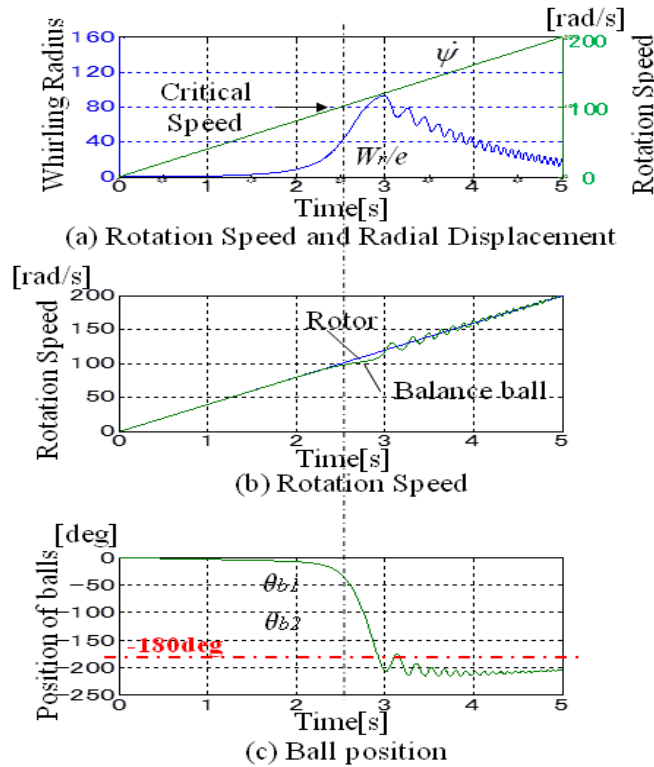


Fig. 5.3 Time histories without Rotation Speed Profile
 $(c_b = 2.0 \text{ Ns/m}, m = 2 \text{ g})$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}, \theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

Thus, the non-synchronous rotation is increased by increasing the mass m of the ball. On the other hand, by increasing the viscous drag coefficient c_b , it can be seen that the non-synchronous rotation is suppressed on the contrary.

Meanwhile, since the viscous drag coefficient c_b is large, the balls become difficult to move. Therefore, there is a disadvantage that the balancer effect gets worse in the area where the rotation speed exceeds the critical speed, in other words in the balanced solution mode.

Figure 5.4 shows the time histories of the position of the balance balls after passing through the critical speed. The vertical axis indicates n (= integer) times -180 degrees. The mass m of the ball is used as a parameter and the viscous drag coefficient c_b is 1.0. In Fig. 5.4, the absolute value of the position of the balls increases as the mass m is large. In addition, the ball position is settling in the vicinity of an odd multiple of -180 degrees. If the mass m becomes more than 2g , the absolute value of the settling position of the ball is further increased.

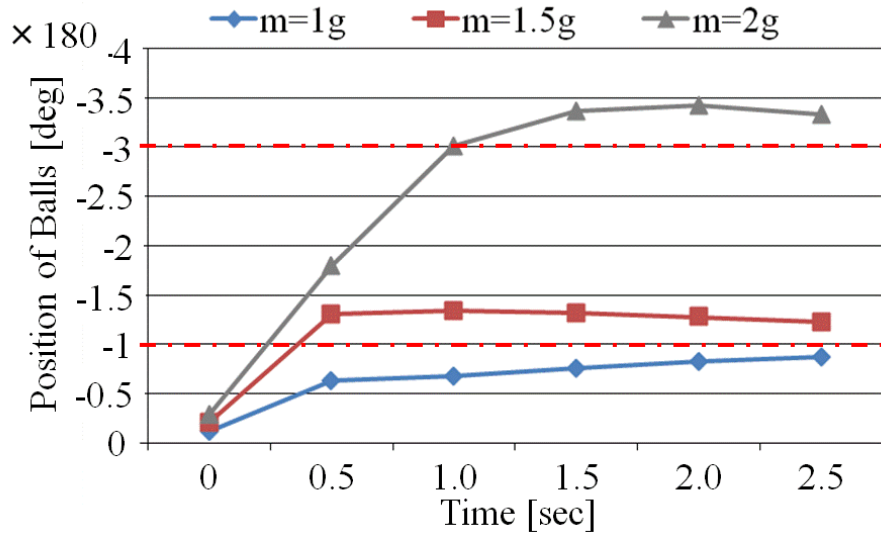


Fig. 5.4 Time histories of Position of Balls without Rotation Speed Profile ($c_b = 1.0 \text{ Ns/m}$) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

Figure 5.5 shows the position of the balance balls settled 2.5 seconds after passing through the critical speed. The horizontal axis is the viscous drag coefficient c_b . The vertical axis shows in n times -180 degrees as in Fig. 5.4. The mass m of the ball is used as a parameter.

In Fig. 5.5, when the viscous drag coefficient c_b is increased, the absolute value of the position of the balls decreases as the balls become difficult to move. On the other hand, when the mass m of the ball is increased, the absolute value of the position of the balls increases as the balls become easy to move. In addition, the ball position after settling (the residual balance) can be tuned to the vicinity of an odd multiple of -180 degrees by adjusting the viscous drag coefficient and the mass of the balls.

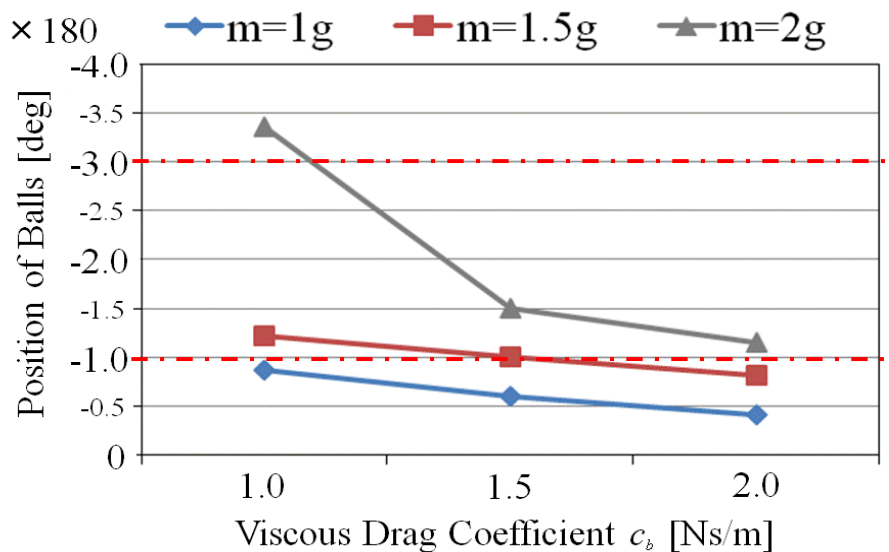


Fig. 5.5 Position of Balls vs Drag Coefficient of Ball without Rotation Speed Profile (2.5 s after passing through Critical Speed) (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}$, $\theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

As in Fig. 5.5, Figure 5.6 shows the position of the balance balls settled 2.5 seconds after passing through the critical speed. In this case the horizontal axis represents the amount of eccentricity e . The vertical axis shows in n times -180 degrees. In Fig. 5.6, it can be seen that the eccentricity is changed, but the ball position does not change so large. It means that once the mass of the ball is properly tuned for a certain amount of eccentricity, the settling time is not significantly changed even if the eccentricity changes.

Note that the eccentricity e for the center of gravity has been shown here. To indicate the mass eccentricity, eccentricity e can be determined by multiplying $M = 0.1\text{kg}$.

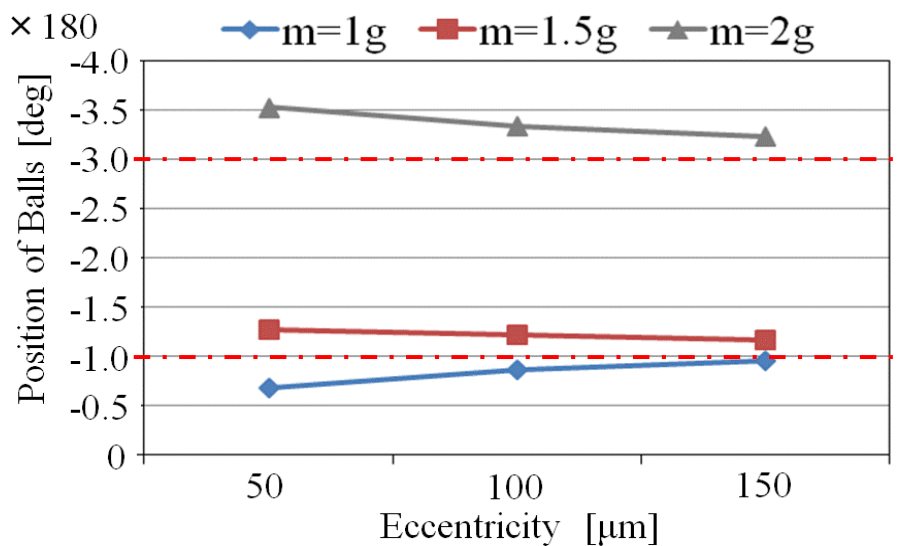


Fig. 5.6 Position of Balls vs Eccentricity of Disc without Rotation Speed Profile
(2.5 s after passing through Critical Speed, $c_b = 1.0\text{Ns/m}$)
(Initial Position $\theta_{b1} = 0\text{deg}$, $\theta_{b2} = 0\text{deg}$)

To summarize the above, the followings have been clarified by examining the non-synchronous rotation based on the simulation.

- 1) The non-synchronous rotation is increased by increasing the mass of the ball and is suppressed by increasing the viscous drag coefficient.
- 2) The ball position after settling (the residual balance) can be tuned to the vicinity of an odd multiple of -180 degrees, which is the balanced position, by adjusting the viscous drag coefficient and the mass of the ball.

5. 2 SIMULATION FOR NON-SYNCHRONOUS MOTION

- WITH USING ROTATION SPEED PROFILE CONTROL -

Here, it is considered what effect the non-synchronous rotation of the balance balls gives, when applying the "rotation speed profile control" for the equations of motion based on the nonstationary vibration model.

As shown in Fig. 5.1 (b), Fig. 5.2 (b) and Fig. 5.3 (b), after the rotation speed of the rotor reaches the critical speed, the balance balls are not synchronized with the rotor at first. But gradually the balls are to follow the rotor with increasing the rotation speed.

Figures 5.7 to 5.9 are corresponding to Figures 5.1 to 5.3 and are obtained by applying the rotation speed profile to each of them to accelerate the motor, where the constant speed period t_c of the profile is 0.5sec.

Figure 5.7 is compared with Figure 5.1. In Fig. 5.1, the balls do not move only up to about -150 degrees at 2.5 seconds after passing through the critical speed. In contrast, in Fig. 5.7, the balls are settled in the vicinity of about -200 degrees in about 1 second after passing through critical speed. In other words, the settling of the balls becomes faster as a result of the promotion of the movement of the balls by providing the constant speed period.

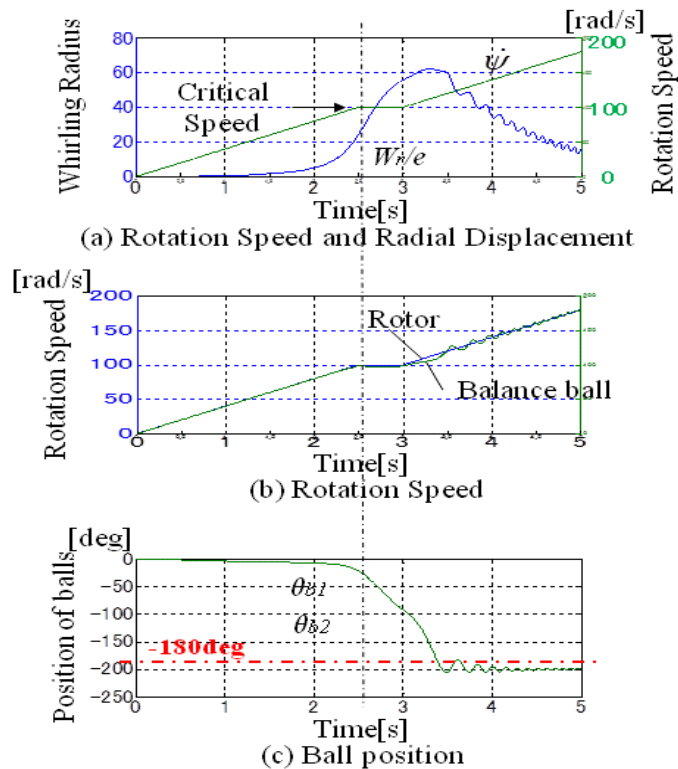


Fig. 5.7 Time histories with Rotation Speed Profile
($c_b = 1.0$ Ns/m, $m = 1$ g, $t_c = 0.5$ s) (Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

Then, Figure 5.8 is compared with Figure 5.2. In Fig. 5.2, the balls are settled in about 1 second to about -600 degrees in the vicinity of -540 degrees, which is the balanced position. In contrast, in Fig. 5.8, the balls exceed -540 degrees and are heading toward -900 degrees, which is the next balanced position, but have not been settled in 2.5 seconds after passing through the critical speed. In this case, the settling of the balls has gotten worse as a result of the promotion of the movement of the balls by providing the constant speed period.

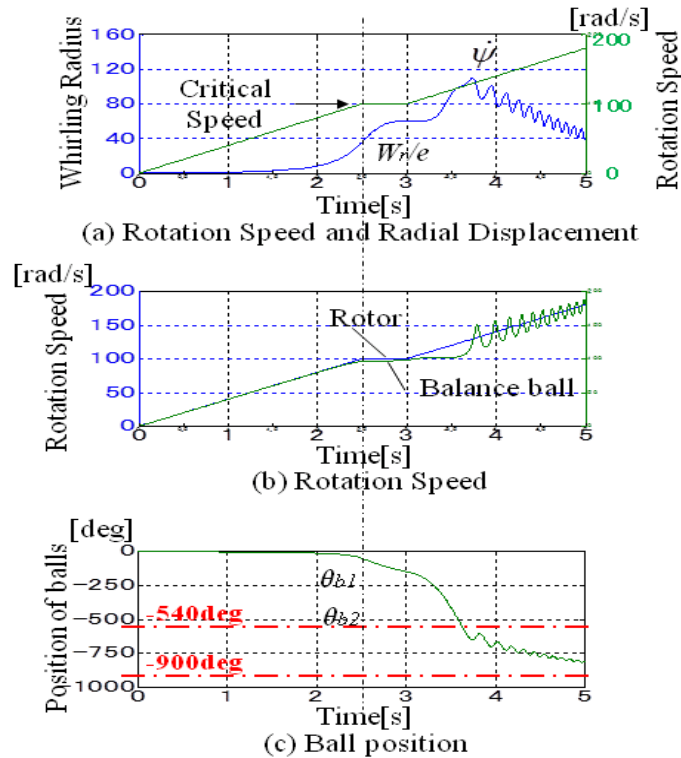


Fig. 5.8 Time histories with Rotation Speed Profile
 $(c_b = 1.0 \text{ Ns/m}, m = 2 \text{ g}, t_c = 0.5 \text{ s})$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}, \theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

Figure 5.9 is compared with Figure 5.3. In Fig. 5.3, the balls are settled in about 0.5 seconds after passing through the critical speed to about -200 degrees in the vicinity of -180 degrees. However, in Fig. 5.9, the balls exceed -180 degrees and are settled to about -300 degrees. They are not settled in the odd multiple of -180 degrees. In this case, the balls are settled in the unbalanced position as a result of the movement of the balls is promoted.

In Figures 5.7 (b) to 5.9 (b), the balance balls maintain the constant speed as well as the rotor in the constant speed period. In addition, after the constant speed period, the balance balls do not follow the rotor but rotate non-synchronously. In other words, even if applying the rotation speed profile control, the non-synchronous rotation does not go away. On the contrary, the settling time increases by the amount of the constant speed period.

Further, as in the case of not applying the rotation speed profile, the non-synchronous rotation is increased by increasing the mass of the ball and is suppressed by increasing the viscous drag coefficient.

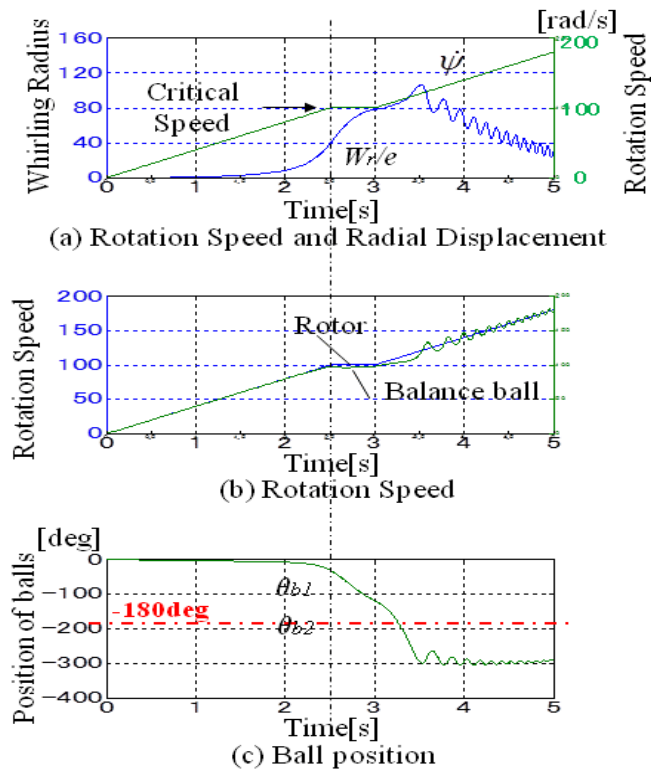


Fig. 5.9 Time histories with Rotation Speed Profile
 $(c_b = 2.0 \text{ Ns/m}, m = 2 \text{ g}, t_c = 0.5 \text{ s})$ (Initial Position $\theta_{b1} = 0 \text{ deg}, \theta_{b2} = 0 \text{ deg}$)

Figures 5.10 to 5.12 are corresponding to Figures 5.4 to 5.6 and are obtained by applying the rotational speed profile to each of them, where the constant speed period t_c of the profile is 0.5sec.

Figure 5.10 shows the time histories of the position of the balance balls. The vertical axis indicates n (= integer) times -180 degrees. The mass m of the ball is used as a parameter and the viscous drag coefficient c_b is 1.0. In Fig. 5.10, the absolute value of the position of the balls increases as the mass m is large, as in Fig. 5.4. In the case of $m = 1\text{g}$, the balls are settled to nearly -180 degrees, but in the case of $m = 1.5\text{g}$ are settled in an unbalanced position.

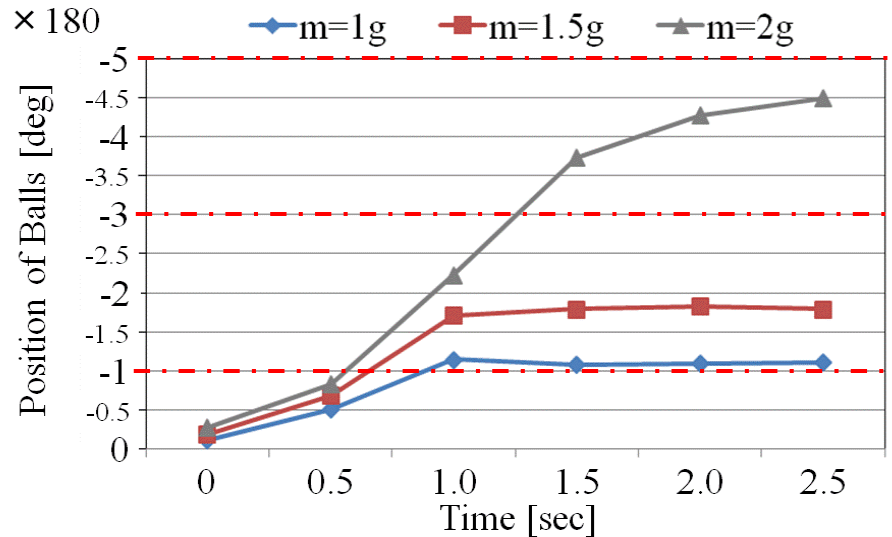


Fig. 5.10 Time histories of Position of Balls with Rotation Speed Profile ($c_b=1.0$ Ns/m, $t_c=0.5$ s) (Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

Figure 5.11 shows the position of the balance balls settled 2.5 seconds after passing through the critical speed. The horizontal axis is the viscous drag coefficient c_b . The vertical axis shows in n times -180 degrees as in Fig. 5.10. The mass m of the ball is used as a parameter. In Fig. 5.11, when the viscous drag coefficient c_b is increased, the absolute value of the position of the balls decreases as the balls become difficult to move, as in Fig. 5.5. On the other hand, when the mass m of the ball is increased, the absolute value of the position of the balls increases as the balls become easy to move. In addition, as in Fig. 5.5, the ball position after settling (the residual balance) can be tuned to the vicinity of an odd multiple of -180 degrees by adjusting the viscous drag coefficient and the mass of the balls.

Figure 5.12 is obtained by applying the rotation speed profile in Fig. 5.6. In other words, Figure 5.12 shows the position of the balance balls settled 2.5 seconds after passing through the critical speed. The horizontal axis represents the amount of eccentricity e . The vertical axis shows in n times -180 degrees. In Fig. 5.12, it can be seen that the eccentricity is changed, but the ball position does not change so large as in Fig. 5.6. In the case of Fig. 5.12, the change of the ball position is small relative to the change in eccentricity regardless of the size of the ball mass m . It means, as in the case of Fig. 5.6, that once the mass of the ball is properly tuned for a certain amount of eccentricity, the settling time is not significantly changed even if the eccentricity changes. In addition, in the case of the rotation speed profile control system, stability of the settling is higher when the eccentricity changes.

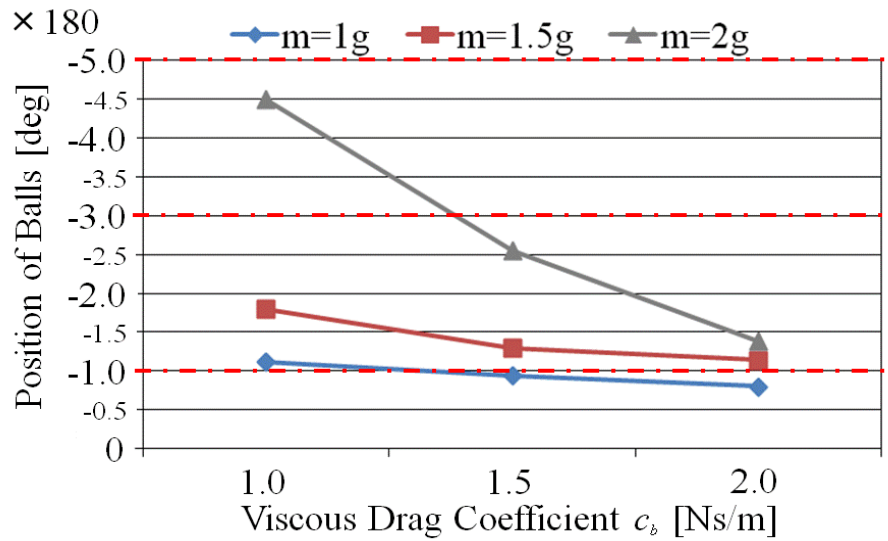


Fig. 5.11 Position of Balls vs Drag Coefficient of Ball with Rotation Speed Profile (2.5 s after passing through Critical Speed) ($t_c = 0.5$ s) (Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

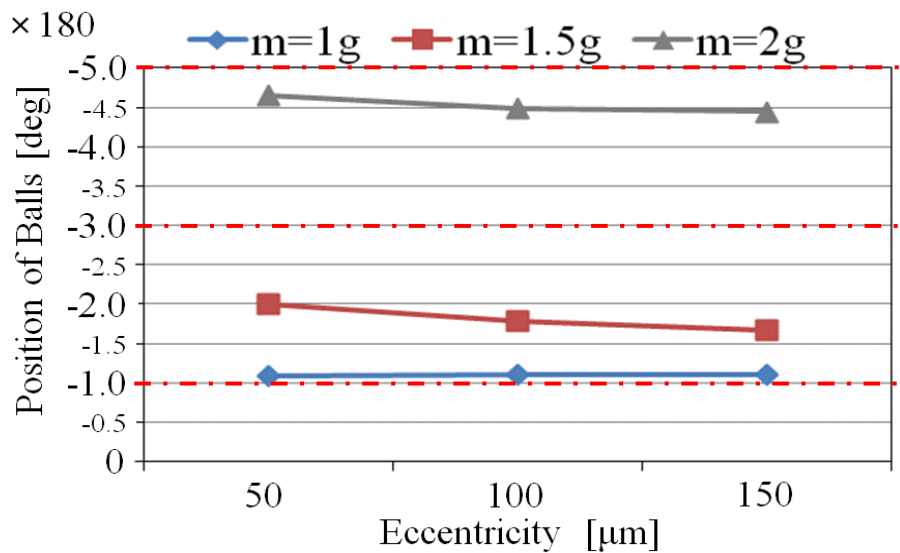


Fig. 5.12 Position of Balls vs Eccentricity of Disc with Rotation Speed Profile (2.5 s after passing through Critical Speed, $c_b = 1.0$ Ns/m) (Initial Position $\theta_{b1} = 0$ deg, $\theta_{b2} = 0$ deg)

To summarize the above, the effects of adopting the rotation speed profile control method are as follows.

- 1) The non-synchronous rotation does not disappear, but moving of the balance balls after passing through the critical speed is promoted.
- 2) There is a case, the settling time gets shorter, as a result of (1). On the other hand, in some cases, the settling time is increased by the amount of the constant speed period.
- 3) Stability of the settling is higher when the eccentricity changes.

CHAPTER 6 EXPERIMENTS TO VERIFY ANALYTICAL RESULTS

In this Chapter it is verified by experiments using an optical disc drive equipped with the auto-balancer concerning the analysis of behavior of the balls for reducing the residual balance carried out in Chapter 4, as well as the analysis of behavior of the balls for reducing the non-synchronous rotation carried out in Chapter 5.

6.1 EXPERIMENTAL SET-UP USING OPTICAL DISC DRIVE

Fig. 6.1 is a photograph as seen from above of the optical disc drive used in the experiment. There is an optical pick-up unit near the center and a black circular shape in the left of it is a turntable for mounting an optical disc. The spindle motor is not visible and hidden on the back side, but it is connected coaxially with the central axis of the turntable. The spindle motor is fixed to the base plate with a rectangular shape, which is mounted to the black resinous housing through the insulator at its four corners.

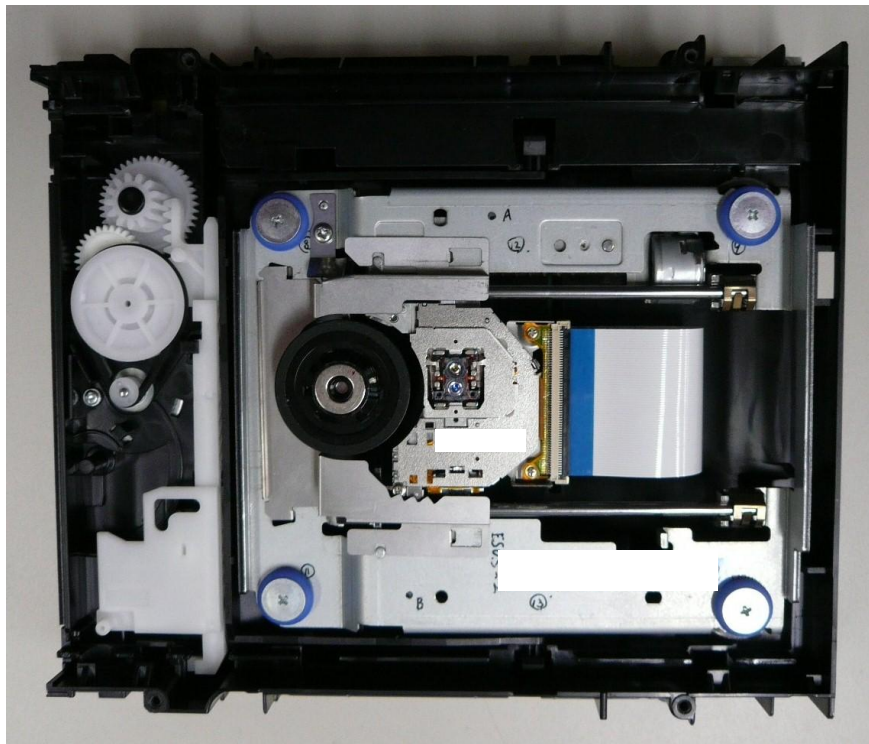


Fig.6.1 Photograph of the Optical Disc Drive

Fig. 6.2 shows a block diagram of the experimental setup. Vibration pickups were placed on the base plate near the spindle motor to detect vibration in the horizontal and vertical directions with respect to the base plate. The number of revolutions was monitored in response to acceleration and deceleration of the spindle motor.

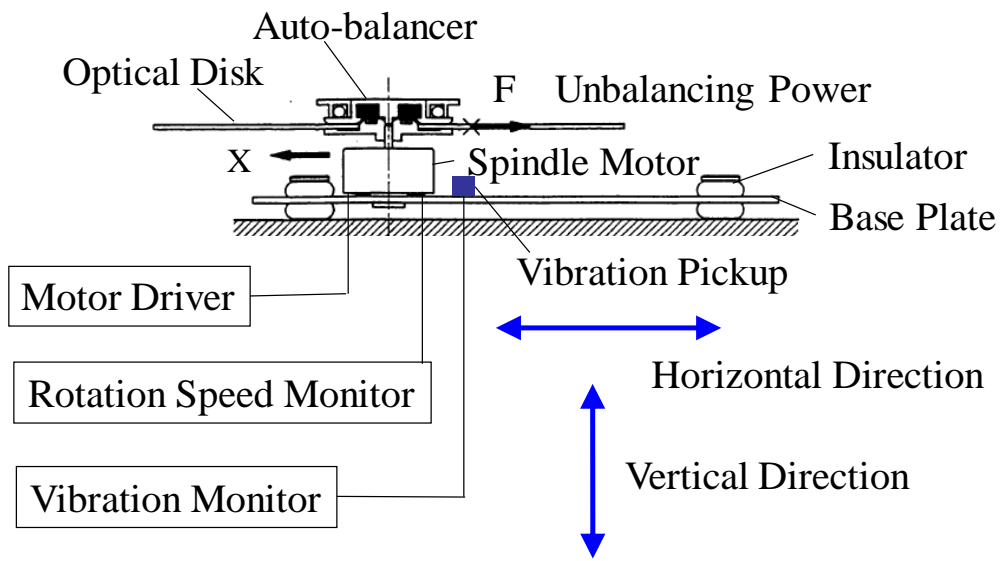


Fig. 6.2 Block Diagram of the experimental Setup

6. 2 EXPERIMENTS FOR ANALYSIS USING OPTICAL DISC DRIVE

First, it is described the experiment for verification on the analysis results in Chapter 4. It is difficult to measure the residual balancing error uniquely and accurately in experiments due to the influence of rolling friction of the balls and dimensional variation. Thus, in the experiments, the vibration is suppressed as a result of the residual balance is eliminated.

Figure 6.3 and Figure 6.4 show the vibration amplitude at a rotation speed of 8000 rpm in the horizontal and vertical directions with a disc having a mass eccentricity of 0.3gcm when the optical disc drive is set to horizontally as shown in the Fig. 6.2. The vibration amplitude is the average of the experimental values obtained 10 times. The auto-balancer has 5 balls and the equivalent unbalance amount of the balls is 0.33gcm.

Fig. 6.3 (a) is the case without an auto-balancer (i.e., w/o A-B) and the spindle motor starts from standstill until 8000 rpm at a constant acceleration. Fig. 6.3 (b) is the case with an auto-balancer (i.e., w/ A-B) and the acceleration is the same as (a). Fig. 6.3 (c) is the case with an auto-balancer (i.e., w/ A-B) but a variable-speed period of 0.5 s is provided in the middle way at a rotation speed of 2500 rpm, which is in the vicinity of the critical speed 2300 rpm. The results show that when there is an auto-balancer the vibration amplitude is smaller than when there is no auto-balancer in both the horizontal and vertical directions. Further, when there is an auto-balancer (i.e., w/A-B), in the case where a variable-speed period is provided in the middle way there is a much smaller vibration amplitude than the case without a variable-speed period in both the horizontal and vertical directions.

In the experiment of Fig. 6.3 (c), a constant speed period of 0.5 s is adopted in the variable-speed period of the rotation speed profile. Even if a constant acceleration period of 0.5 s is adopted, it makes the balls move to -180 degrees and the same effect can be achieved.

On the above results, corresponding the simulation results and experimental results, the results of Fig. 4.1 in Chapter 4 corresponds to Fig. 6.3 (b) and the results in Fig. 4.7 corresponds to Fig. 6.3 (c).

Figure 6.4 shows the vibration amplitude in the case with the auto-balancer (i.e. w/ A-B) but the timing in which the variable-speed period is provided is different in three cases. Consequently in the case which the pause period is provided at the rotation speed 2500rpm (i.e. Fig. 6.4 (a)) which is the vicinity of the critical speed 2300rpm, the vibration amplitude is the smallest in three cases. In this case, the phase angle of the balancing balls is estimated to reach near -180 degrees immediately as shown in Fig. 4.7, so that the residual balancing error of the balls on the auto-balancer is improved.

On the other hand in the case which the variable-speed period is provided at the rotation speed 2000rpm (i.e. Fig. 6.4 (b)) which is lower than the critical speed, the vibration amplitude is the largest in three cases. In this case, the phase angle of the balancing balls is

not estimated to reach near -180 degrees as shown in Fig. 4.13, so the residual balancing error of the balls is not improved.

In the case which the variable-speed period is provided at the rotation speed 3000rpm (i.e. Fig. 6.4 (c)), the vibration amplitude is the larger than the case of Fig. 6.4 (a), so the phase angle of the balancing balls is not also estimated to reach near -180 degrees as shown in Fig. 4.14, so the residual balancing error of the balls is not improved.

In the experiment of Fig. 6.4, a constant speed period of 0.5 s is adopted in the variable-speed period of the rotation speed profile. Even if a constant acceleration period of 0.5 s is adopted, it makes the balls move to -180 degrees and the same effect can be achieved.

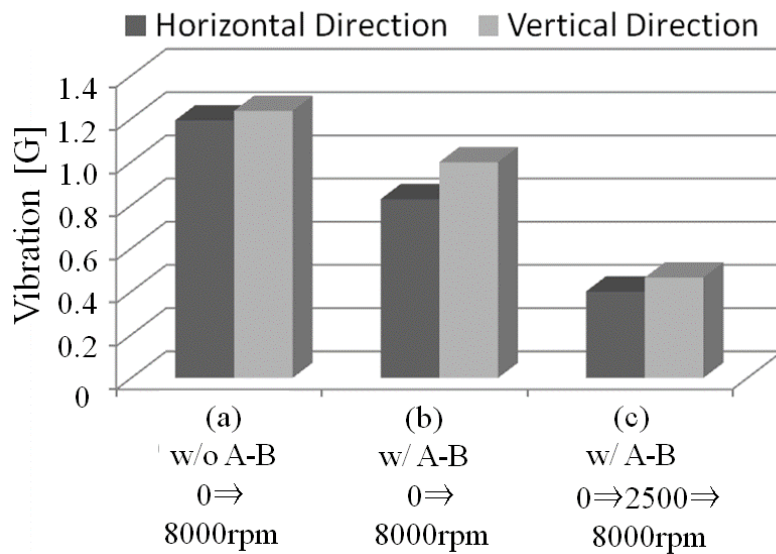


Fig. 6.3 Experimental Result of Vibration Amplitude (1)

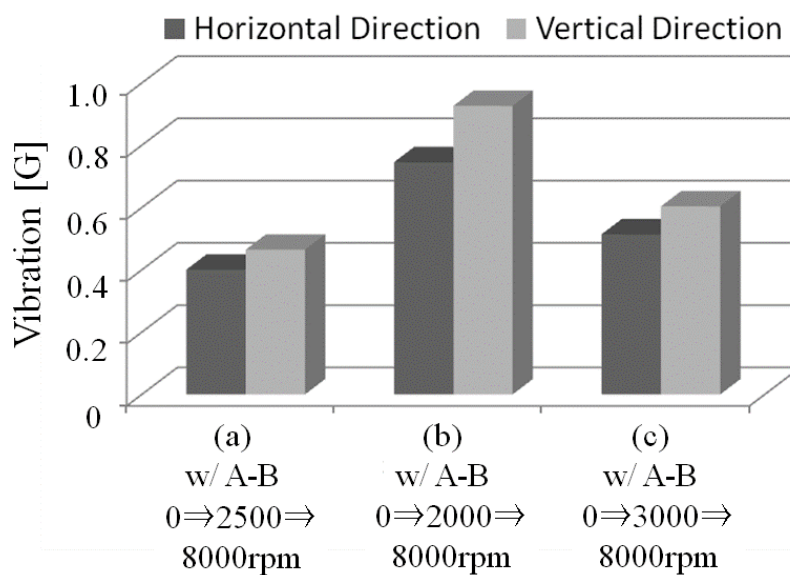


Fig. 6.4 Experimental Result of Vibration Amplitude (2)

Then the experiment for verification on the simulation results of Chapter 5 is described. In addition, it is difficult to reliably determine the movement of the balls which show the non-synchronous rotation phenomenon, with high accuracy in the experiment because of the effects of mechanical dispersion. Thus, the experiments show that the vibration is suppressed as a result of the non-synchronous rotation phenomenon is eliminated.

Figure 6.5 is the frequency characteristic of the vibration amplitude in the horizontal direction for both of with an auto-balancer (i.e., w/A-B) and without an auto-balancer (i.e., w/o A-B) and the optical disc drive is set to horizontally. In the experiment of w/ A-B, the variable speed period, in which the speed is set to be a constant, of the rotation speed profile is provided at the rotation speed 2500rpm ,which is slightly higher than the critical speed (i.e., 2300rpm) at the start-up sequence of the optical disc drive.

In Fig. 6.5, the vibration suppression effect of the auto-balancer is found in the frequency range higher than the critical speed. The vibration amplitude in the case with the auto-balancer (w/ A-B) is smaller in almost all the frequency domain than in the case without the auto-balancer (w/o A-B), but especially it is found smaller in the frequency area beyond the critical speed. Further, the rotation speed that the vibration amplitude has the peak (about 2300 rpm) indicates the critical speed.

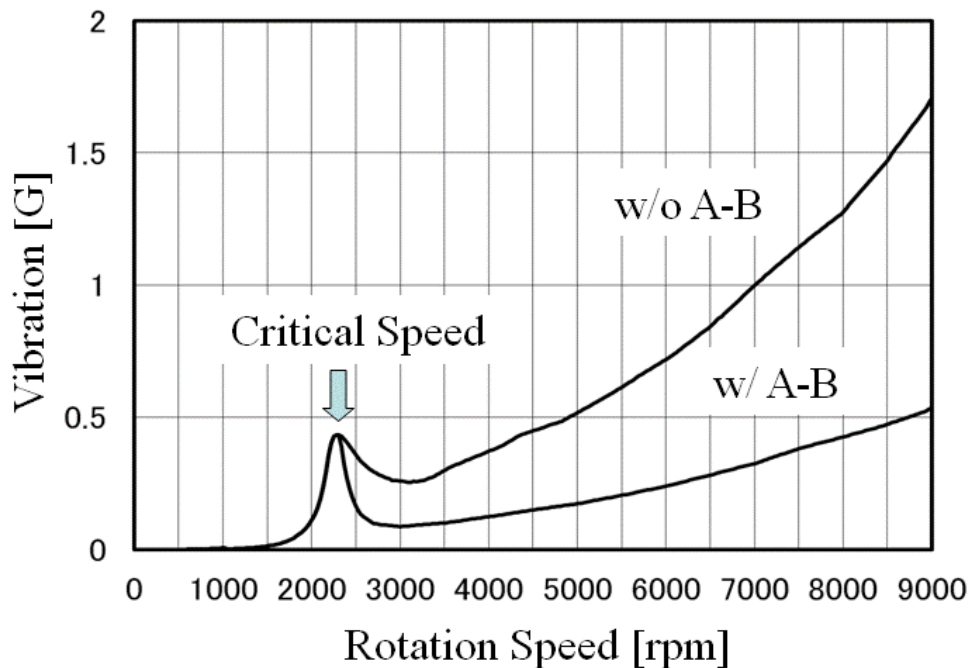


Fig.6.5 Frequency Response of Vibration Amplitude

Figure 6.6 shows the vibration amplitude along the horizontal direction when the optical disc drive with the automatic balancer is setup horizontally. The disc rotation speed in the experiment is 6000rpm. The horizontal axis shows the mass eccentricity of the disc. Measurement has been performed 10 times and the average value is shown in the figure.

The figure shows both cases of without the auto-balancer and with the auto-balancer. In the case of with the auto-balancer include the cases of without the rotation speed profile control (w/o Profile) and with the rotation speed profile control (w/ Profile).

In Fig. 6.6, comparing the case of mass eccentricity 0.25gcm with the case of 0.1gcm, the vibration amplitude does not change so much. This is the same regardless of with or without the auto-balancer. On the other hand, as shown in Chapter 5 of the simulation, in the case of with the auto-balancer, the position of the balance balls settles substantially equal value regardless of the size of the mass eccentricity. (In other words, the results of Figure 5.6 corresponds to the case of "without Rotation Speed Profile" i.e. (w/o Profile) in Fig 6.6 and the results of Figure 5.12 corresponds to the case of "with Rotation Speed Profile" i.e. (w/ Profile) in Fig 6.6.)

In Fig. 6.6, the vibration amplitude is increased only the case the mass eccentricity is 0.5gcm. Especially the vibration amplitude is greater in the case of without the auto-balancer. It seems to be caused by the setting of the insulators which support the base plate including the spindle motor. On the other hand in the case of with the auto-balancer, since the mass eccentricity is large, it is beyond the limits that can be canceled by the weight of the balance balls.

The following factors may be considered why the results of the simulation is different from the experiment. In the simulation, it is performed in two balance balls in order to simplify the analysis and it does not assume collisions between the balls. In contrast, in the experiments, as the balance balls are 5 pieces there is a possibility that the position of the balls is dispersed and the balancer effect is getting worse. Analyses for three or more balls or collisions between the balls are the issues to be addressed in the future.

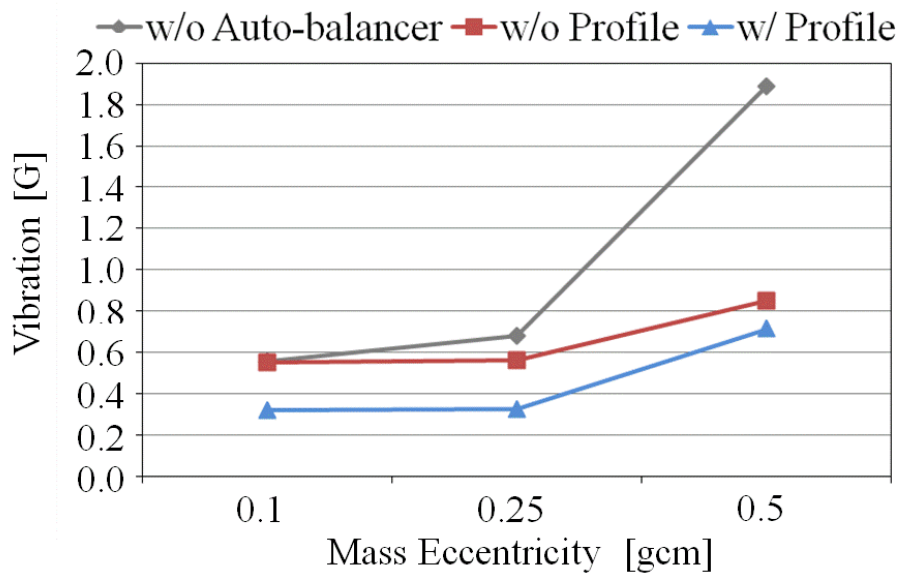


Fig. 6.6 Experimental Result of Vibration Amplitude (3)
(Disc Rotation Speed = 6000 rpm)

CHAPTER 7 CONCLUSION

This paper is composed by seven Chapters. The conclusions are described as follows.

Chapter 1 is an introduction and the background overview of the paper and the significance of this study is described.

In Chapter 2, the configuration of an auto-balancer is described and the modeling is performed. Furthermore, the equations of motion are derived based on the models in a non-stationary vibration mode.

In Chapter 3, the method for reducing the residual balance is discussed. The rotation speed profile control is intended to improve the performance of an auto-balancer by providing the variable speed period at a rate through the critical speed during acceleration of the motor.

In Chapter 4, time domain simulations based on the derived equations of motion are performed under various conditions for the operation of an auto-balancer during acceleration using MATLAB simulation tool. The rotation speed profile is comprehensively simulated as a parameter of start time, end time and profile shape and optimum conditions for reducing the residual balance are explored. It is shown that residual balancing is eliminated by the driving force of the balls.

In Chapter 5, time domain simulations based on the derived equations of motion are performed under various conditions for the ball operation for reducing the non-synchronous rotation in passing through the critical speed using MATLAB simulation tool. It is also clarified what effect the rotation speed profile control is to exert in order to reduce the non-synchronous rotation.

In Chapter 6, experiments are performed by using an optical disk drive equipped with auto-balancer and it is verified that the vibration amplitude is reduced based on the method shown in Chapter 3, 4 and 5.

The purpose of this thesis is to find the more optimal conditions for rotation speed profile, in order to improve the vibration suppression performance by reducing the residual balance of the balls of auto-balancer. For this purpose, the behavior of the balls in passing through the critical speed is analyzed in detail. In other words, modeling the equations of motion of an auto balancer in non-stationary vibration mode and time axis simulation of auto balancer during acceleration was performed. In the case of non-stationary vibration mode, equations to handle is more complex than modeling in steady vibration mode, but simulation has become possible relatively easily without using an expensive machine than in the past as there is also advances in PC technology. As a result, it has become possible to reproduce the movement of the balls by simulation without being affected by mechanical variation which conventionally could be confirmed only by the experiments.

Further, a new method is developed for promoting the movement of the balance balls by using the rotation speed profile during acceleration, and optimum conditions for reducing the residual balance are explored by simulating comprehensively as a parameter the start time, the end time and the profile shape of the variable speed period in the rotation speed profile. At that time, a new method is also introduced by analyzing the driving force of the ball, indicating that the residuals can be eliminated. Thus, by eliminating the residual balance of the balance balls at a speed range higher than the critical speed, excellent vibration suppressing effect is provided. Further, improvement can be obtained by adjusting the parameters of the control system without modifying the balancer mechanism. In addition, by determining the condition of more optimal variable speed period, it is also possible to move the balls quickly to the target position, and trial and error experimentally becomes unnecessary by calculating in simulation.

In addition, as a novel approach, the conditions to reduce the non-synchronous rotation by analyzing in simulation the movement of the balance balls in passing through the critical speed of the auto-balancer. Further, the effect of rotation speed profile was clarified in order to reduce the non-synchronous rotation. In other words, by analyzing a non-synchronous rotation of the balance balls, movement of the balance balls at the time of entering, passing and after passing through the critical speed were totally understood and mechanism for reducing the non-synchronous rotation was clarified. It should be also noted here, in order to analyze in detail the behavior of the balls in passing through the critical speed, the equations of motion of the auto-balancer was modelled in non-stationary vibration mode, and time-axis simulation during acceleration of the spindle motor was performed using MATLAB.

To be more specifically, conditions for reducing the non-synchronous rotation were explored by simulating the viscous resistance coefficient and the mass of the balance ball as a parameter. That is, non-synchronous rotation is increased by increasing the mass of the ball. On the other hand, non-synchronous rotation is suppressed to reverse by increasing the viscous drag coefficient. Further, when it is accelerated auto balancer, the position of the ball after settling (residual balance) is possible to tune to the neighborhood of an odd multiple of -180 degrees (i.e., stable position) by adjusting the viscous drag coefficient and mass of the ball.

In addition, it was shown that the movement of the balance ball passing through the critical speed is promoted as a general trend by using the rotation speed profile control. However, there was that the balance balls do not settle to the odd multiple of -180 degrees position (i.e., stable position) and that the settling time increases by the amount of the variable speed period. But on the other hand, another case was also confirmed to settle more quickly to the stable position without the balance ball generating an extreme non-synchronous rotation by using the rotation speed profile control. This is the major

benefits of using the rotation speed profile control. At the moment, this case it has been confirmed in the simulation that the conditions of the physical parameters are mass of the ball $m = 1\text{g}$ and the viscous resistance coefficient $c_b = 1.0\text{Ns} / \text{m}$. But this condition is not necessarily determined by a pin point and it is estimated to have a certain width. So this will be one of the future research to reveal it.

In addition, as for analysis of behavior of ball for reducing non-synchronous rotation and analysis of behavior of ball for reducing residual balance, the effect was verified by experiments using an optical disc drive equipped with an auto-balancer. However, in the experiments, confirming the movement of the balls as well as in the simulation was difficult because there were mechanical variations and the experimental results lack uniformity. So it was confirmed in the experiments that the vibration was reduced consequently. It should be noted that although an optical disc drive was used for the verification of effectiveness in this paper, it will be also effective in the case of using in any device if the auto balancer is represented by the same model as this paper. For that purpose the simplest model has been used in the modeling of equations of motion. For the other devices to be applied, as listed from the applications of the conventional case, a centrifugal device, machine tools such as a grinder and large construction machinery is assumed.

BASIC DOCUMENTS OF THIS THESIS

- (1) Reduction Method of Residual Balancing Error on Auto-balancer Mechanism
Publish decided on the Society of Instrument and Control Engineers, Journal of Control, Measurement and System Integration Vol. 7, No.3, 2014

- (2) Motion Analysis of Balancing Balls of Auto-Balancer for Reducing Error
in Passing Critical Speed
Published on the Japan Society of Mechanical Engineers, Journal of System Design and Dynamics Vol. 7, No.4, 2013

- (3) Analysis of Balancing Balls of Auto-balancer for Reducing Non-synchronous Motion
in Passing Critical Speed
Reviewing in the Society of Instrument and Control Engineers, Journal of Control, Measurement and System Integration

APPENDIX A

DERIVATION PROCESS FOR EQUATIONS OF MOTION

Equations of motion from (2-9) to (2-13) are derived as follows. In order to avoid confusion, the use of figure numbers and equation numbers is different from the text.

A.1 Lagrange's Equation

In general, Lagrange's equation is expressed as in Equation (A-1).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} = u_k(t) \quad (\text{A-1})$$

where $L = T - V$: Lagrangian, T : kinetic energy, V : potential energy, F : Rayleigh dissipation function, q_k : generalized coordinate, $u_k(t)$: generalized force

A.2 Derivation of Kinetic Energy Term

Based on the modelling of the auto-balancer shown in Fig. A-1, the kinetic energy T is expressed as in Equation (A-2).

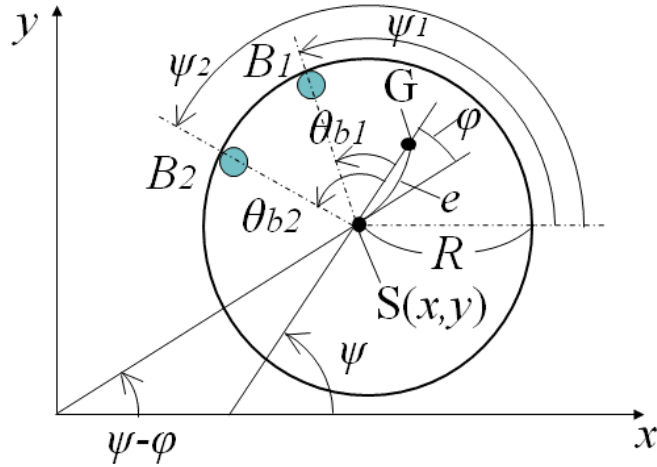


Fig. A-1 Modelling of Auto-balancer

$$\begin{aligned} T = & \frac{M_0}{2} \left\{ (\dot{x} - e\dot{\psi} \sin \psi)^2 + (\dot{y} + e\dot{\psi} \cos \psi)^2 \right\} + \frac{I_G}{2} \dot{\psi}^2 \\ & + \frac{m}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ (\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \right\} + \frac{I}{2} \frac{R^2}{a^2} \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

where M_0 : mass of the rotor, I_G : moment of inertia of the rotor, R : radius of the rotor, m : mass of the balance ball, I : moment of inertia of the balance ball, a : radius of the balance ball.

On the Equation (A-2), the first term is the kinetic energy of the rotor in the mass point G. The second term is the kinetic energy of the rotor when it is regarded as a rigid rotor. The third term is the kinetic energy in the mass points of the balance ball. The fourth term is the kinetic energy of the balance ball when it is regarded as a rigid body.

Note that the first term of the Equation (A-2) is obtained in the following manner.

Coordinates of the rotor mass point G is expressed as follows.

$$(x + e \cos \psi, y + e \sin \psi) \quad (\text{A-2-1})$$

Velocity v_G of the mass point G for the x - y axes is determined in the following.

$$v_G^2 = \left\{ \frac{d}{dt}(x + e \cos \psi) \right\}^2 + \left\{ \frac{d}{dt}(y + e \sin \psi) \right\}^2 = (\dot{x} - e \dot{\psi} \sin \psi)^2 + (\dot{y} + e \dot{\psi} \cos \psi)^2 \quad (\text{A-2-2})$$

Thus, the kinetic energy when the mass point G of the rotor rotates around the origin of the x - y coordinates is as follows.

$$\frac{M_0}{2} \left\{ (\dot{x} - e \dot{\psi} \sin \psi)^2 + (\dot{y} + e \dot{\psi} \cos \psi)^2 \right\} \quad (\text{A-2-3})$$

Further, the third term of Equation (A-2) is obtained in the following manner.

Coordinates of the mass points of the balance balls will be as follows.

$$(x + R \cos \psi_i, y + R \sin \psi_i) \quad (i=1,2) \quad (\text{A-2-4})$$

Velocity v_{bi} of the mass points of the balance balls for x - y axes is determined in the following.

$$v_{bi}^2 = \left\{ \frac{d}{dt}(x + R \cos \psi_i) \right\}^2 + \left\{ \frac{d}{dt}(y + R \sin \psi_i) \right\}^2 \quad (i=1,2) \quad (\text{A-2-5})$$

$$= (\dot{x} - R \dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R \dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2$$

Thus, the kinetic energy when the mass points of the ball revolves along the outer edge of the rotor is as follows.

$$\frac{m}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ (\dot{x} - R \dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R \dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \right\} \quad (\text{A-2-6})$$

Further, the fourth term of Equation (A-2) is obtained in the following manner.

Relative velocity v_{br} of the balance ball tangential direction with respect to the rotor outer edge becomes as follows.

$$v_{br} = R \dot{\theta}_{bi} = R(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (\text{A-2-7})$$

When the balance balls are rotating without slipping along the outer edge of the rotor, the rotational angular velocity ω_{br} becomes as follows.

$$\omega_{br} = \frac{v_{br}}{a} = \frac{R}{a}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (\text{A-2-8})$$

Therefore, when the balance balls revolve along the outer edge of the rotor, the kinetic energy when the balance balls rotate is as follows.

$$\frac{I}{2}\omega_{br}^2 = \frac{I}{2}\frac{R^2}{a^2}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \quad (\text{A-2-9})$$

A.3 Derivation of Potential Energy Term

Next, the potential energy V is expressed as in Equation (A-3). However, since it is assumed that x-y plane coincides with the horizontal plane, it is not considered gravity according to the balance balls.

$$V = \frac{k}{2}(x^2 + y^2) \quad (\text{A-3})$$

A.4 Derivation of Dissipation Function Term

The dissipation function F is expressed as in Equation (A-4).

$$F = \frac{c}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{c_b}{2}R^2\sum_{i=1}^2(\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \quad (\text{A-4})$$

The first term of the Equation (A-4) shows the dissipation function due to the viscous resistance of the insulators to support the rotor, and the second term is the dissipation function due to the viscous resistance of the balance balls.

The second term of the Equation (A-4) is obtained from the velocity v_{br} of the balance balls relative to the rotor, in the following manner.

$$\frac{c_b}{2}\sum_{i=1}^2v_{br}^2 = \frac{c_b}{2}\sum_{i=1}^2(R\dot{\theta}_{bi})^2 = \frac{c_b}{2}R^2\sum_{i=1}^2(\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \quad (\text{A-4-1})$$

A.5 Derivation of Lagrange equations

When x , y and ψ_i are used as the generalized coordinates, the Lagrange equations are expressed as shown in Equations (A-5)-(A-7).

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (\text{A-5})$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}}\right) - \frac{\partial L}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} = 0 \quad (\text{A-6})$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial \psi_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\psi}_i} = u(t) \quad (i=1, 2) \quad (\text{A-7})$$

In the Equation (A-7), the generalized force $u(t)$ is as shown in Equation (A-8).

$$u(t) = \frac{R}{a} I \ddot{\psi} - mR \frac{\beta_b}{a} (R \dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (i=1, 2) \quad (\text{A-8})$$

The first term of the Equation (A-8) shows the rotational torque to the balance balls and the second term is the rolling friction torque applied to the balance balls.

Further, " $\text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi})$ " indicates the sign of the relative speed between the rotor and the balance ball.

A-6 Derivation of Generalized Force

The first term of the Equation (A-8) is obtained in the following manner.

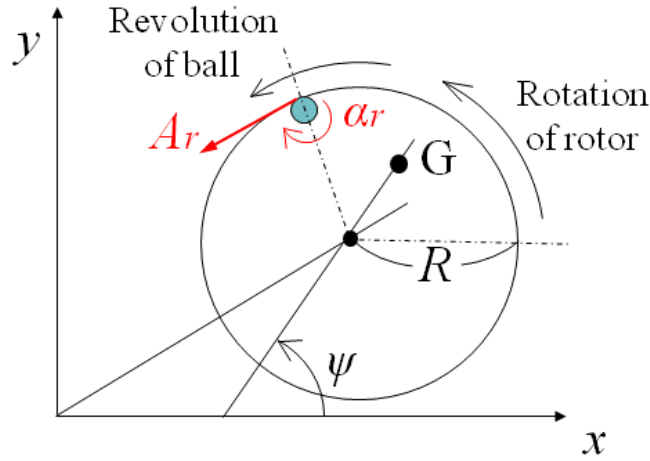


Fig. A-2 Rotational torque applied to the balance ball

As shown in Fig. A-2, the acceleration A_r in the tangential direction of the rotor in contact with the rotor and the balance ball when the rotor rotates is as follows.

$$A_r = R \ddot{\psi} \quad (\text{A-8-1})$$

Rotational acceleration α_r applied to the balance ball when the rotor rotates is as follows.

$$\alpha_r = \frac{A_r}{a} = \frac{R}{a} \ddot{\psi} \quad (\text{A-8-2})$$

Therefore the rotational torque applied to the balance ball when the rotor rotates is as follows.

$$I \alpha_r = I \frac{R}{a} \ddot{\psi} \quad (\text{A-8-3})$$

In addition, the second term of the Equation (A-8) is obtained in the following manner.

As shown in Fig. A-3, the centrifugal force E_b applied to the balance ball is the difference between the centrifugal force E_{bs} caused by the balance ball revolves along the outer edge of the rotor and the drag force N_r to the balance ball applied by the outer edge of the rotor when the rotor swings around.

$$E_{bs} = mR\dot{\psi}_i^2 \quad (\text{A-8-4})$$

$$N_r = m(\ddot{x} \cos \psi_i + \ddot{y} \sin \psi_i) \quad (\text{A-8-5})$$

$$E_b = E_{bs} - N_r = m(R\dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \quad (\text{A-8-6})$$

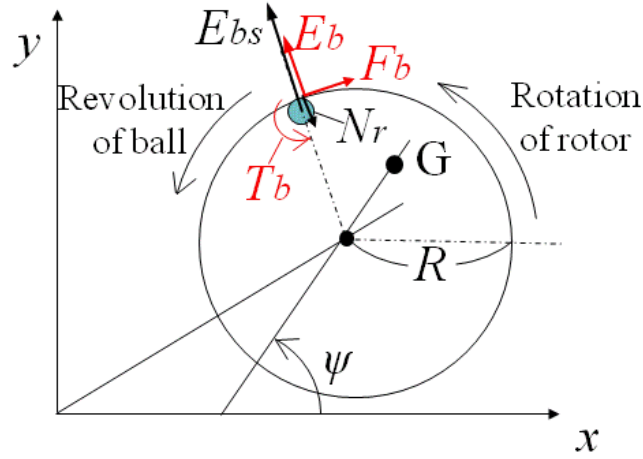


Fig. A-3 Friction torque applied to the balance ball

The drag force across the balance ball applied from the outer edge of the rotor is $-E_b$. So the rolling friction force F_b across the balance ball applied from the outer edge of the rotor becomes as follows.

$$F_b = -\beta_b \frac{E_b}{a} = -m \frac{\beta_b}{a} (R\dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (\text{A-8-7})$$

Therefore, the friction torque T_b based on the outer edge of the rotor will be as follows.

$$T_b = F_b R = -mR \frac{\beta_b}{a} (R\dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \quad (\text{A-8-8})$$

A.7 Derivation of Equations of Motion (A-9)-(A-11)

Equations of motion(A-9)-(A-11) are obtained by substituting Equations (A-2)-(A-4) into Equations (A-5)-(A-7).

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = M_0 e(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) + mR \sum_{i=1}^2 (\ddot{\psi}_i \sin \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \cos \psi_i) \quad (\text{A-9})$$

$$M\ddot{y} + c\dot{y} + ky = M_0 e(-\ddot{\psi} \cos \psi + \dot{\psi}^2 \sin \psi) + mR \sum_{i=1}^2 (-\ddot{\psi}_i \cos \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \sin \psi_i) \quad (\text{A-10})$$

$$\begin{aligned}
& (m + \frac{I}{a^2})R\ddot{\psi}_i - m(\ddot{x} \sin \psi_i - \ddot{y} \cos \psi_i) + c_b R(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\
& = -m \frac{\beta_b}{a} (R\dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) + \frac{R+a}{a^2} I \ddot{\psi}
\end{aligned} \tag{A-11}$$

where $M = M_0 + 2m$.

A.7.1 Derivation of Equation (A-9)

The process of deriving the Equation (A-9) from the Equation (A-5) is shown below.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} &= \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial V}{\partial \dot{x}} \\
&= \frac{M_0}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \left\{ (\dot{x} - e\dot{\psi} \sin \psi)^2 + (\dot{y} + e\dot{\psi} \cos \psi)^2 \right\} + \frac{m}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \left[\sum_{i=1}^2 \left\{ (\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \right\} \right] \\
&= M_0 (\dot{x} - e\dot{\psi} \sin \psi) + m \left\{ \sum_{i=1}^2 (\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i) \right\} \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) &= M_0 \left\{ \ddot{x} - e(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) \right\} + m \left[\sum_{i=1}^2 \left\{ \ddot{x} - R(\ddot{\psi}_i \sin \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \cos \psi_i) \right\} \right]
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x} = -kx$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = c\dot{x}$$

Therefore,

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \\
&= M_0 \ddot{x} - M_0 e(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) + 2m\ddot{x} - mR \sum_{i=1}^2 (\ddot{\psi}_i \sin \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \cos \psi_i) + kx + c\dot{x} \\
&= (M_0 + 2m)\ddot{x} + c\dot{x} + kx - M_0 e(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) - mR \sum_{i=1}^2 (\ddot{\psi}_i \sin \psi_i + \dot{\psi}_i^2 \cos \psi_i) \\
&= 0
\end{aligned}$$

As the process of deriving the Equation (A-10) from the Equation (A-6) is almost the same, it is skipped here.

A.7.2 Derivation of Equation (A-11)

The process of deriving the Equation (A-11) from the Equation (A-7) is shown below.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_i} &= \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}_i} - \frac{\partial V}{\partial \dot{\psi}_i} \\
&= \frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_i} \left[\frac{m}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ (\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \right\} + \frac{I}{2} \frac{R^2}{a^2} \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \right] \\
&= m \left\{ -(\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i) R \sin \psi_i + (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i) R \cos \psi_i \right\} + I \frac{R^2}{a^2} (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\
&= -mR(\dot{x} \sin \psi_i - \dot{y} \cos \psi_i) + mR^2 \dot{\psi}_i + I \frac{R^2}{a^2} (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_i} \right) &= -mR(\ddot{x} \sin \psi_i + \dot{x} \dot{\psi}_i \cos \psi_i - \ddot{y} \cos \psi_i + \dot{y} \dot{\psi}_i \sin \psi_i) + mR^2 \ddot{\psi}_i + I \frac{R^2}{a^2} (\ddot{\psi}_i - \ddot{\psi}) \\
\frac{\partial L}{\partial \psi_i} &= \frac{\partial}{\partial \psi_i} \left[\frac{m}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ (\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i)^2 + (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i)^2 \right\} + \frac{I}{2} \frac{R^2}{a^2} \sum_{i=1}^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})^2 \right] \\
&= m \left\{ -(\dot{x} - R\dot{\psi}_i \sin \psi_i) R \dot{\psi}_i \cos \psi_i - (\dot{y} + R\dot{\psi}_i \cos \psi_i) R \dot{\psi}_i \sin \psi_i \right\} \\
&= -mR(\dot{x} \dot{\psi}_i \cos \psi_i + \dot{y} \dot{\psi}_i \sin \psi_i) + mR^2 \dot{\psi}_i^2 (\sin \psi_i \cos \psi_i - \cos \psi_i \sin \psi_i) \\
&= -mR(\dot{x} \dot{\psi}_i \cos \psi_i + \dot{y} \dot{\psi}_i \sin \psi_i) \\
\frac{\partial F}{\partial \dot{\psi}_i} &= c_b R^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi})
\end{aligned}$$

Therefore,

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\psi}_i} \\
&= -mR(\ddot{x} \sin \psi_i + \dot{x} \dot{\psi}_i \cos \psi_i - \ddot{y} \cos \psi_i + \dot{y} \dot{\psi}_i \sin \psi_i) + mR^2 \ddot{\psi}_i + I \frac{R^2}{a^2} (\ddot{\psi}_i - \ddot{\psi}) \\
&\quad + mR(\dot{x} \dot{\psi}_i \cos \psi_i + \dot{y} \dot{\psi}_i \sin \psi_i) + c_b R^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\
&= -mR(\ddot{x} \sin \psi_i - \ddot{y} \cos \psi_i) + mR^2 \ddot{\psi}_i + I \frac{R^2}{a^2} (\ddot{\psi}_i - \ddot{\psi}) + c_b R^2 (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}) \\
&= u(t) = \frac{R}{a} I \ddot{\psi} - mR \frac{\beta_b}{a} (R \dot{\psi}_i^2 - \ddot{x} \cos \psi_i - \ddot{y} \sin \psi_i) \text{sign}(\dot{\psi}_i - \dot{\psi})
\end{aligned}$$

By organizing this formula, the Equation (A-11) is obtained.